SIMULAREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2004
Probă scrisă la MATEMATICĂ

M1: Filiera Teoretică: sp.: matematică-informatică, Filiera Vocațională, profil Militar, specializarea matematică-informatică

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

SUBIECTUL I (30p)

♦ **Pentru întrebările 1-5 scrieți litera corespunzătoare răspunsului corect pe foaia de examen**

(3p) **1.** Câte submulțimi are o mulțime cu 5 elemente?

a) 5^2 **b)** 2^5 **c)** $5!$ **d)** 5^3

(3p) **2.** Câte soluții are ecuația $\hat{2}x = \hat{4}$ în inelul $\mathbf{Z}_8$?

a) 4 **b)** 3) **c)** 1) **d)** 2

(3p) **3.** Care este probabilitatea ca alegând un element din inelul $\mathbf{Z}_6$, acesta să fie inversabil față de înmulțire?

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{2}{3}$ **c)** $\frac{1}{3}$ **d)** $\frac{1}{6}$

(3p) **4.** Câte funcții se pot defini pe o mulțime cu 3 elemente cu valori într-o mulțime cu 2 elemente?

a) 8 **b)** 6 **c)** 9 **d)** 5

(3p) **5.** În câte moduri se pot permuta 4 elemente distincte?

a) 24 **b)** 16 **c)** 12 **d)** 30

♦ **Pentru întrebările 6-10 scrieți doar răspunsurile pe foaia de examen**

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^{2004}$.

(3p) **6.** Cât este $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$?

(3p) **7.** Cât este $\int_0^1 f(x)dx$?

(3p) **8.** Cât este $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$?

(3p) **9.** Care este numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcției f?

(3p) **10.** Care este numărul punctelor de extrem local ale funcției f?

♦ **Pentru subiectele II-IV se cer rezolvările complete**

SUBIECTUL II (20p)

Se consideră triunghiul ABC, un punct O în planul său şi punctele $M \in (BC)$, $N \in (CA)$, $P \in (AB)$ astfel încât $\frac{BM}{MC} = \frac{CN}{NA} = \frac{AP}{PB} = r$, unde r este un număr real, strict pozitiv. Mai notăm cu G centrul de greutate al triunghiului ABC şi cu H centrul de greutate al triunghiului MNP.

(4p) **a)** Să se arate că, dacă D este mijlocul segmentului AB, atunci $\overrightarrow{OD} = \frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OB}+r\overrightarrow{OC}}{1+r}$.

(4p) **c)** Să se calculeze vectorul $\overrightarrow{OG} - \frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{3}$.

(4p) **d)** Să se calculeze vectorul $\overrightarrow{OH} - \frac{\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}}{3}$.

(4p) **e)** Să se arate că triunghiurile ABC şi MNP au acelaşi centru de greutate.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$, $O_3=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ şi

mulțimea $C(A)=\{\, X\in M_3(\mathbf{C}) \mid XA=AX \,\}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei A.

(4p) **b)** Să se calculeze matricele A^2 şi A^3.

(4p) **c)** Să se arate că matricea A este inversabilă şi să se calculeze inversa sa.

(4p) **d)** Să se arate că, dacă $U,V\in C(A)$, atunci $U\cdot V\in C(A)$.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $X\in C(A)$, atunci există $a,b,c\in\mathbf{C}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a & b & c\\ c & a & b\\ b & c & a\end{pmatrix}$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $Y\in C(A)$ şi $Y^3=O_3$, atunci $Y=O_3$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{3+\cos x}$ şi $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $F(x)=\int_0^x f(t)dt$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f(x+2\pi)=f(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se arate că nu există $\lim_{x\to\infty} f(x)$.

(4p) **c)** Să se arate că $\dfrac{1}{4}\le f(x)\le\dfrac{1}{2}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(3p) **d)** Să se arate că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se verifice că $F(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{\sqrt{2}}\right)$, $\forall x\in[0,\pi)$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim_{x\to\infty} F(x)$.

(2p) **g)** Să se arate că graficul funcției F nu are asimptotă către $+\infty$.