IFT

Teoria Quântica de Campos II

2º semestre de 2012

1ª Lista Alternativa de Exercícios

1. Quebra espontânea de SU(4): Dada uma teoria de gauge com simetria SU(4) acoplada a um campo escalar ϕ na representação adjunta, a derivada covariante é:

$$D_\mu \phi^a = \partial_\mu + g f^{abc} A_\mu^b \phi^c$$

onde f^{abc} são as constantes de estrutura, A_μ^b é o campo de gauge e $a, b, c = 1, ..., 15$.

(a) Mostre que os termos quadráticos nos campos de gauge podem ser escritos como

$$\mathcal{L}_m = -\frac{g}{2} Tr \left\{ [t^a, \Phi][t^b, \Phi] \right\} A_\mu^a A^{\mu b}$$

onde $\Phi \equiv t^c \phi^c$, e t^a são os geradores de SU(4).

(b) Assuma que o potencial do campos escalar é tal que ele adquira um valor esperado no vácuo não nulo, e que este seja:

$$\langle \Phi \rangle = v \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

onde v é uma constante. Ache o espectro de massas dos bósons de gauge. Determine a simetria residual, ou seja, ache os geradores correspondentes aos bósons de gauge que não adquirem massa e o grupo que eles definem.

Dica: Os 15 geradores de SU(4) podem ser escritos da seguinte forma:

(i) Os 8 primeiros podem ser:

$$\begin{pmatrix} & & & 0 \\ & \frac{\lambda^i}{2} & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

onde $\lambda^i, \ i =, 1, ..., 8$ são as matrizes de Gell-Mann.

(ii) Os 6 seguintes não diagonais podem ser:

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, + \dots$$

(ii) E finalmente, o que falta é:

$$\frac{1}{2\sqrt{6}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

onde a normalização vem de $Tr[t^a t^b] = \frac{\delta^{ab}}{2}$.

2. O teorema de equivalência dos bósons de Goldstone: A amplitude de emissão/absorção de um bóson de gauge logitudinalmente polarizado deve ser igual, em energias muito maiores que sua massa, às amplitudes equivalentes do bóson de Goldstone que foi absorvido. Considere uma teoria com 1 "elétron" (ψ) e um escalar complexo (ϕ) acoplado ao fóton:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi + (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

Suponha que o escalar tenha o seguinte potencial ($\mu^2 < 0$):

$$V(\phi) = \mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2$$

o que resulta no escalar adquirindo um VEV diferente de zero e o fóton uma massa M_A.

(i) obtenha, no gauge unitário, a amplitude para aniquilação elétron-pósitron em polarizações logitudinais do fóton:

$$e^+e^- \to \gamma_L\gamma_L$$

Use a seguinte aproximação para a polarização do fóton longitudinal:

$$\epsilon_L^\mu(k) \approx \frac{k^\mu}{M_A} \text{ para } E \gg M_A$$

Considere apenas o diagrama de nível árvore e trabalhe no limite de $\sqrt{s}$ grande (muito maior que todas as massas envolvidas).

(ii) obtenha em um gauge genérico (veja o gauge R_ξ no cap 21.1 do Peskin) a amplitude para aniquilação elétron-pósitron em dois bósons de Goldstone:

$$e^+e^- \to \eta\eta$$

onde η é a componente do escalar absorvida no gauge unitário. Novamente, faça a aproximação de energia grande e calcule tudo em **nível árvore**.

(iii) Faça o mesmo para os processos:

$$e^+e^- \to \gamma_L h$$

$$e^+e^- \to \eta h$$

onde h é a parte do escalar que ganha massa e sobrevive ao mecanismo de Higgs.

Dica: os acoplamentos dos escalares h e η ao fóton podem ser obtidos daqueles dados no problema 9.1 do Peskin. O Ryder tem uma sessão sobre QED escalar, a 3.3.