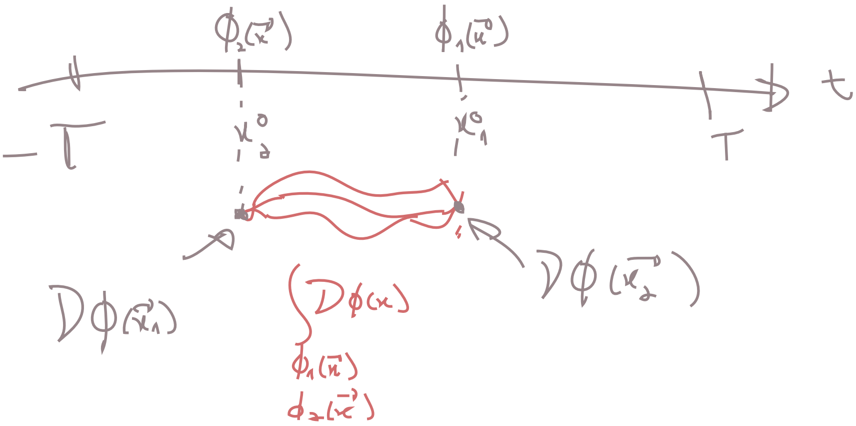
Obs: No Peskin, pg 283, ele faz essencialmente a mesma coisa, mas já para um campo. Na esquação (9.16), por exemplo, ele está dividindo o espaço em três partes:



o que é o mesmo que fizemos com t, t', T e T'.

Quantização Funcional do Campo Escalar

(Peskin 9.2, Ryder 6.1 a 6.5)

Estendemos essa idéias para uma teoria de campo, fazendo as seguintes substituições:

MQ		TQC
$q(t)$	$\longrightarrow$	$\phi(x^\mu)$
discretização do tempo: $q(t_i) = q_i$	$\longrightarrow$	cubos 4D: $\phi(x_i, y_j, z_k, t_\ell) = \phi_n$
dt	$\longrightarrow$	d^4x
Dq	$\longrightarrow$	$D\phi$
$Z[J]$	$\longrightarrow$	$Z[J] = \int D\phi \, \exp\left[i \int \left(\mathcal{L}(\phi) + J(x)\phi(x) - i\varepsilon V(\phi) \right) d^4x \right]$

A Lagrangeana de um campo escalar livre é:

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \phi \, \partial^\mu \phi - m^2 \phi^2 \right)$$

$$-i\varepsilon V(\phi) = i\varepsilon \frac{m^2\phi^2}{2} = \frac{i\varepsilon'}{2}\phi^2$$

$$Z_0[J] = \int D\phi \, \exp\left\{ i \int d^4x \left[\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\phi \, \partial^\mu\phi - (m^2 - i\varepsilon)\phi^2 \right) + \phi J \right] \right\}$$

ÍNDICE INDICA CAMPO LIVRE ($\tilde{N}$ CONFUNDIR COM NOTAÇÃO DO PESKIN: $Z_0 = Z[J=0]$)

$$\int \partial_\nu \phi\, \partial^\nu \phi\, d^4x = \underbrace{\int \partial_\nu \left(\phi\, \partial^\nu \phi\right) d^4x}_{\text{TERMO DE SUPERFÍCIE} \to 0} - \int \phi\, \partial_\nu \partial^\nu \phi\, d^4x$$

$$Z_0[J] = \int D\phi\, \exp\left\{ i \int d^4x \left[\frac{1}{2}\left(-\phi \Box \phi - (m^2 - i\varepsilon)\phi^2 \right) + \phi J \right] \right\}_0 =$$

$$Z_0[J] = \int D\phi\, \exp\left\{ -i \int d^4x \left[\frac{1}{2} \phi \left(\Box + m^2 - i\varepsilon \right) \phi - \phi J \right] \right\}_0$$

(eq. 17.1)

$$\phi \to \phi' = \phi + \phi_0$$

$$D\phi \to D\phi' = D\phi$$

$$\int d^4x\, \phi \left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right) \phi \longrightarrow \int d^4x\, (\phi + \phi_0)\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)(\phi + \phi_0)$$

$$\int d^4x\, \phi \Box \phi_0 = \underbrace{\int d^4x\, \partial_\nu \left(\phi\, \partial^\nu \phi_0\right)}_{0} - \int d^4x\, \partial_\nu \phi\, \partial^\nu \phi_0 =$$

$$= -\int d^4x \left[\underbrace{\partial^\nu \left[(\partial_\nu \phi)\, \phi_0 \right]}_{0} - \phi_0 \Box \phi \right] = \int d^4x\, \phi_0 \Box \phi$$

$$\int d^4x\, (\phi + \phi_0)\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)(\phi + \phi_0) = \int d^4x\, \phi \left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right) \phi +$$

$$+ \int d^4x\, \phi_0 \left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right) \phi_0 +$$

$$+ 2 \int d^4x\, \phi \left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right) \phi_0$$

$$Z_0[J] = \int D\phi \, \exp\left\{-i\int d^4x \left[\frac{1}{2}\phi\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi - \phi J + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{2}\phi_0\underbrace{\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi_0}_{J} + \phi\underbrace{\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi_0}_{J} - \phi_0 J\right]\right\}$$

Podemos escolher ϕ_0, tal que:

$$\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi_0(x) = J(x) \quad \text{(eq. 18.1)}$$

(QUERO CANCELAR ϕJ)

$$Z_0[J] = \int D\phi \, \exp\left\{-i\int d^4x \left[\frac{1}{2}\phi\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi - \frac{1}{2}\phi_0 J\right]\right\} =$$

Note que o que fizemos aqui, por meio da introdução deste campo ϕ_0, foi "completar quadrados". Queríamos uma integração funcional na forma "$\phi\hat{O}\phi$" para aplicarmos as fórmulas generalizadas para Gaussianas. O que resta não depende de f e pode ser tirado da integral funcional.

$$Z_0[J] = e^{\frac{i}{2}\int d^4x\, \phi_0 J} \underbrace{\int D\phi \, \exp\left\{-\frac{i}{2}\int d^4x\, \phi\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi\right\}}_{\text{NÚMERO } N} =$$

$$= N e^{\frac{i}{2}\int d^4x\, \phi_0 J}$$

De 18.1 temos: $\phi_0(x) = -\int \underbrace{\Delta_F(x-y)}_{} J(y)\, dy$

$$\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\Delta_F(x) = -\delta^4(x)$$

Propagador de Feynman

$$\boxed{Z_0[J] = \underbrace{N}_{} \exp\left\{-\frac{i}{2}\int d^4x\, d^4y\; J(x)\,\Delta_F(x-y)\,J(y)\right\}}$$

(eq. 18.2)

irrelevante, lembre-se que usaremos a versão normalizada, ver eq. 14.1

Poderíamos ter chegado no mesmo resultado usando as generalizações da integral de Gaussiana para a integração funcional:

$x \in \mathbb{R}^n$

$A \in \mathbb{R}^{n\times n} \Rightarrow \int \frac{d^n x}{(2\pi)^{n/2}}\, e^{-\frac{1}{2}\vec{x}\cdot A\vec{x}} = (\mathrm{DET}\, A)^{-1/2}$

$\hookrightarrow A = A^T$

$$\Longrightarrow \int \mathcal{D}\phi\, \mathrm{EXP}\left[-\frac{1}{2}\int \phi(x)\, A\, \phi(x)\, dx\right] = (\mathrm{DET}\, A)^{-1/2}$$

(ver Ryder pgs 186 a 188)

$z \in \mathbb{C}^n$

$A \in \mathbb{C}^{n\times n} \Rightarrow \int \frac{d^n z^*}{(2\pi i)^{n/2}}\frac{d^n z}{(2\pi i)^{n/2}}\, e^{-\vec{z}^*\cdot A\vec{z}} = (\mathrm{DET}\, A)^{-1}$

$\hookrightarrow A^\dagger = A$

$$\Longrightarrow \int \mathcal{D}\phi^* \mathcal{D}\phi\, \mathrm{EXP}\left[-\int \phi^*(x)\, A\, \phi(x)\, dx\right] = (\mathrm{DET}\, A)^{-1}$$

$$\exists A^{-1} \Rightarrow \int \frac{d^n x}{(2\pi)^{n/2}}\, \mathrm{EXP}\left\{-\left[\frac{1}{2}\vec{x}\cdot A\vec{x} + \vec{b}\cdot\vec{x} + c\right]\right\} = (\mathrm{DET}\, A)^{-1/2}\, \mathrm{EXP}\left[\frac{1}{2}\vec{b}\cdot A^{-1}\vec{b} - c\right]$$

$$\int \mathcal{D}\phi\, \mathrm{EXP}\left\{-\int\left[\frac{1}{2}\phi(x)\, A\, \phi(x) + \phi(x) B(x) + C\right] d^4x\right\} = ?$$

$$Q(\phi) = \int\left[\frac{1}{2}\phi(x)\, A\, \phi(x) + \phi(x) B(x) + C\right] d^4x$$

$$\bar{\phi}(x) = -\int A^{-1}(x,y) B(y)\, dy$$

$$A\bar{\phi}(x) = -\int \underbrace{A\, A^{-1}(x,y)}_{\delta(x-y)} B(y)\, dy = -B(x)$$

$$Q(\bar\phi) = \int \frac{1}{2}\left[\int A^{-1}(x,y)\,B(y)\,dy\right] \underbrace{A(x)\left[\int A^{-1}(x,z)\,B(z)\,dz\right]}_{+B(x)} dx$$

$$-\int\int A^{-1}(x,y)\,B(y)\,B(x)\,dx\,dy + C =$$

$$= -\frac{1}{2}\int\int B(x)\,A^{-1}(x,y)\,B(y)\,dy\,dx + C$$

$$\phi' = \phi - \bar\phi \Rightarrow \underbrace{Q(\phi') = Q(\phi) - Q(\bar\phi)}_{\text{FAÇA A CONTA PARA VER}}$$

$$Q(\phi) = Q(\phi') + Q(\bar\phi)$$

MUD. DE VARIÁVEIS $\phi \to \phi'$

$D\phi = D\phi'$

$$\int D\phi \; \text{EXP}\left\{-\int\left[\frac{1}{2}\phi(x)A\phi(x) + \phi(x)B(x) + C\right]d^4x\right\} =$$

$$= \int D\phi' \; \text{EXP}\left\{-\int d^4x\,\frac{1}{2}\phi'(x)A\phi'(x) + Q(\bar\phi)\right\} =$$

$$= e^{-Q(\bar\phi)}\int D\phi' \; \text{EXP}\left\{-\int\frac{1}{2}\phi'(x)A\phi'(x)\right\} = e^{-Q(\bar\phi)}\left[\text{DET } A\right]^{-1/2} =$$

$$\int D\phi \; \text{EXP}\left\{-\int\left[\frac{1}{2}\phi(x)A\phi(x) + \phi(x)B(x) + C\right]d^4x\right\} =$$

$$= \text{EXP}\left[\frac{1}{2}\int B(x)\,A^{-1}(x,y)\,B(y)\,dx\,dy - C\right]\left[\text{DET } A\right]^{-1/2}$$

Voltando ao campo escalar livre vemos que:

$$A = i(\Box + m^2 - i\varepsilon) \qquad A^{-1} = i\Delta_F(x-y) \qquad B = -iJ \qquad C = 0$$

$$\int D\phi \; \text{EXP}\left\{-i\int d^4x\left[\frac{1}{2}\phi\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi - \phi J\right]\right\} =$$

$$= e^{-\frac{i}{2}\int d^4x\, d^4y\, J(x)\Delta_F(x-y)J(y)} \underbrace{\int D\phi \, \mathrm{EXP}\left\{-\frac{i}{2}\int d^4x\, \phi\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi\right\}}_{\mathrm{DET}\left[i\left(\Box+m^2-i\varepsilon\right)\right]^{-1/2} = N}$$

Quanto a normalização de Z, temos que, na ausência de fontes:

$$\langle 0, \infty | 0, -\infty \rangle^{J=0} = 1$$

É conveniente então redefinir Z de forma que $\quad Z_0[J] = \langle 0,\infty | 0, -\infty\rangle^J$

Note que na eq. 14.1 o que tínhamos feito era: $\quad Z_0[J] = N \langle 0,\infty | 0, -\infty\rangle^J$

Com isto temos $\quad Z_0[0] = 1$

O que pode ser obtido redefinindo 14.1 para:

$$\boxed{Z[J] = \frac{\int Dq \, \mathrm{EXP}\left[i\int (L + Jq)\, dt\right]}{\int Dq\, \mathrm{EXP}\left[i\int (L)\, dt\right]}}$$

(eq. 21.1)

Ou no caso do campo escalar redefinimos 17.1:

$$\boxed{Z_0[J] = \frac{\int D\phi\, \mathrm{EXP}\left\{-i\int d^4x \left[\frac{1}{2}\phi\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi - \phi J\right]\right\}}{\int D\phi\, \mathrm{EXP}\left\{-i\int d^4x\left[\frac{1}{2}\phi\left(\Box + m^2 - i\varepsilon\right)\phi\right]\right\}}}$$

O Peskin faz isso diferente (veja eq. 9.34) - ele deixa sem normalizar e depois imbute a normalização em eq 9.35

(eq. 21.2)

A partir da qual obtemos a versão normalizada de 18.2:

$$\boxed{Z_0[J] = \mathrm{Exp}\left\{ -\frac{i}{2}\int d^4x\, d^4y\; J(x)\, \Delta_F(x-y)\, J(y) \right\}} \qquad \text{(eq. 22.1)}$$

De novo note a diferença para o Peskin, eq. 9.39

Interpretação do funcional gerador

O funcional gerador é uma transição vácuo-vácuo, podemos vislumbrar o seu conteúdo físico expandindo a exponencial:

$$Z_0[J] = 1 - \frac{i}{2}\int d^4x\, d^4y\; J(x)\, \Delta_F(x-y)\, J(y) + \frac{1}{2!}\left(-\frac{i}{2}\right)^2 \left[\int d^4x\, d^4y\; J(x)\, \Delta_F(x-y)\, J(y)\right]^2 + \dots \qquad \text{(eq. 22.2)}$$

$$\int d^4x\, d^4y\; J(x)\, \Delta_F(x-y)\, J(y) = \int d^4x\, d^4y \frac{d^4p_1\, d^4p_2\, d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ip_1x}\, e^{-ip_2y}\, \frac{J(p_1)\, e^{-ik(x-y)}\, J(p_2)}{k^2-m^2+i\varepsilon} =$$

$$\boxed{J(x) = \int J(p)\, e^{-ipx}\, d^4p}$$

$$\boxed{\Delta_F(x-y) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4k\, \frac{e^{-ik(x-y)}}{k^2-m^2+i\varepsilon}}$$

$$\int d^4x \Rightarrow (2\pi)^4\, \delta(p_1+k)$$

$$\int d^4y \Rightarrow (2\pi)^4\, \delta(k-p_2)$$

$$= (2\pi)^4 \int d^4k\, \frac{J(-k)\, J(k)}{k^2-m^2+i\varepsilon}$$

$$Z_0[J] = 1 - \frac{i}{2}(2\pi)^4 \int d^4k\, \frac{J(-k)\, J(k)}{k^2-m^2+i\varepsilon} + \frac{1}{2!}\left(-\frac{i}{2}\right)^2 \left[(2\pi)^4 \int d^4k\, \frac{J(-k)\, J(k)}{k^2-m^2+i\varepsilon}\right]^2 + \dots$$

O que pode ser escrito em diagramas de Feynman se definimos:

$$\frac{1}{(2\pi)^4}\, \frac{i}{p^2-m^2+i\varepsilon}$$

$$i\,(2\pi)^4\, J(p)$$

$$Z_0 = 1 + \frac{1}{2}\; \times\!\!\longrightarrow\!\!\times \;+\; \frac{1}{2!}\left(\frac{1}{2}\right)^2 \substack{\times\!\!\longrightarrow\!\!\times \\ \times\!\!\longleftarrow\!\!\times} \;+\; \frac{1}{3!}\left(\frac{1}{2}\right)^3 \substack{\times\!\!\longleftarrow\!\!\times \\ \times\!\!\longrightarrow\!\!\times \\ \times\!\!\longleftarrow\!\!\times} + \dots$$

VÁCUO $\times\!\!\longrightarrow\!\!\times$ VÁCUO

$t \quad -\infty \longrightarrow +\infty$

Cada propagador destes é o propagador de UMA partícula livre. Obtemos então uma teoria para muitas partículas, exatamente como queríamos. Cada termo nesta expansão é um correlator o que sugere como obter estes correlatores a partir de Z:

Esta expansão em série do funcional pode ser justficada se pensarmos na expansão de uma função e depois tomarmos o limite apropriado:

$$f(y_1, \dots, y_k) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i_1=1}^{k} \dots \sum_{i_n=1}^{k} \frac{1}{n!} T_n(i_1, \dots, i_n)\, y_{i_1} \dots y_{i_n}$$

$$T_n(i_1, \dots, i_n) = \left.\frac{\partial^n f}{\partial y_{i_1} \dots \partial y_{i_n}}\right|_{\vec{y}=0}$$

Definindo: $y_i = y(x_i)$ $\longrightarrow$ i-ÉSIMA CÉLULA DE UM ESPAÇO DISCRETIZADO

podemos fazer o limite do contínuo: $\displaystyle\sum_i \longrightarrow \int dx$

$$F[y] = \sum_{n=0}^{\infty} \int dx_1 \dots dx_n \, \frac{1}{n!} T_n(x_1, \dots, x_n)\, y(x_1) \dots y(x_n)$$

$$T_n(x_1, \dots, x_n) = \left.\frac{\delta}{\delta y(x_1)} \dots \frac{\delta}{\delta y(x_n)} F[y]\right|_{y=0}$$

F[y] é o funcional gerador da função $T_n(x_1,\dots,x_n)$

De fato, se olharmos a expressão (22.2):

$$Z_0[J] = 1 - \frac{i}{2}\int d^4x\, d^4y\; J(x)\,\Delta_F(x-y)\,J(y)$$

$$+ \frac{1}{2!}\left(-\frac{i}{2}\right)^2 \left[\int d^4x\, d^4y\; J(x)\,\Delta_F(x-y)\,J(y)\right]^2 + \dots =$$

$$\frac{i^2}{2!}\,\frac{1}{4}\int d^4x_1\, d^4x_2\, d^4x_3\, d^4x_4\; \Delta_F(x_1-x_2)\,\Delta_F(x_3-x_4)\,J(x_1)\dots J(x_4)$$

Vemos que estes produtos de propagadores (os correlatores) desempenham o mesmo papel da função T acima. Isso justifica o nome que já vínhamos usando para Z (funcional gerador) e permite reescrever a equação 15.1 em sua versão normalizada (e para campos):

$$\boxed{\left.\frac{\delta^n Z_0[J]}{\delta J(x_1)\dots\delta J(x_n)}\right|_{J=0} = i^n \langle 0|T[\phi(x_1)\dots\phi(x_n)]|0\rangle}$$

$$\boxed{\langle 0|T[\phi(x_1)\dots\phi(x_n)]|0\rangle = \frac{1}{i^n}\left.\frac{\delta^n Z_0[J]}{\delta J(x_1)\dots\delta J(x_n)}\right|_{J=0}}$$

Aqui as definições nossa e do Peskin "convergem", nós normalizamos antes, ele normaliza aqui (veja eq. 9.35) (eq. 24.1)

Isto nos dá uma forma prática de obter não só o propagador de uma partícula, mas todos os correlatores (funções de Green) da teoria.

Correlatores da Teoria

Vejamos primeiro o correlator de dois pontos:

$$\langle 0|T[\phi(x_1)\phi(x_2)]|0\rangle = -\left.\frac{\delta^n Z_0[J]}{\delta J(x_1)\,\delta J(x_2)}\right|_{J=0}$$

$$\frac{\delta Z_0}{\delta J(x)} = \frac{\delta}{\delta J(x)}\,\mathrm{EXP}\left[-\frac{i}{2}\int J(x')\,\Delta_F(x'-y')\,J(y')\,dx'dy'\right] =$$

$$= \frac{\delta}{\delta J(x)} \left\{ 1 - \frac{i}{2} \overbrace{\int J(x') \Delta_F(x'-y') J(y') \, dx' dy'}^{I} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2!} \left(\frac{i}{2}\right)^2 \left[\int J(x') \Delta_F(x'-y') J(y') \, dx' dy' \right]^2 + \dots \right\} =$$

$$= \left\{ 0 - \frac{i}{2} \left[\int \Delta_F(x-y') J(y') \, dy' + \int J(x') \Delta_F(x'-x) \, dx' \right] + \right.$$

$$+ \frac{1}{2!} \left(\frac{i}{2}\right)^2 \left[\left(\int \Delta_F(x-y') J(y') \, dy' \right) \cdot I + \left(\int J(x') \Delta_F(x'-x) \, dx' \right) \cdot I + \right.$$

$$\left. \left. + I \cdot \left(\int \Delta_F(x-y') J(y') \, dy' \right) + I \cdot \left(\int J(x') \Delta_F(x'-x) \, dx' \right) \right] + \dots \right\} =$$

$$= -\int \Delta_F(x-x_1) J(x_1) \, dx_1 \left\{ i + \frac{1}{2} I + \dots \right\}$$

$$\frac{1}{i} \frac{\delta Z_0}{\delta J(x)} = -\int \Delta_F(x-x_1) J(x_1) \, dx_1 \left\{ 1 - \frac{i}{2} I + \dots \right\} =$$

$$= -\int \Delta_F(x-x_1) J(x_1) \, dx_1 \; \mathrm{Exp}\left[-\frac{i}{2} I \right] \qquad \text{(eq. 25.1)}$$

Obviamente isso fica mais fácil se usarmos a regra da cadeia para derivadas funcionais (não provamos, mas ela vale):

$$Z_0 = \mathrm{Exp}\left[-\frac{i}{2} I \right] \qquad \frac{\delta Z_0}{\delta J(x)} = -\frac{i}{2} \frac{\delta I}{\delta J(x)} \mathrm{Exp}\left[-\frac{i}{2} I \right]$$

$$\frac{\delta I}{\delta J(x)} = 2 \int \Delta_F(x-x_1) J(x_1) \, dx_1$$

$$\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(x)}\frac{1}{i}\frac{\delta Z_0}{\delta J(y)} =$$

$$= \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(x)}\left\{-\int \Delta_F(y-x_1)J(x_1)dx_1 \; \mathrm{EXP}\left[-\frac{i}{2}I\right]\right\} =$$

$$= \frac{1}{i}\left\{-\Delta_F(y-x) - \int \Delta_F(y-x_1)J(x_1)dx_1\left(-\frac{i}{2}\frac{\delta I}{\delta J(x)}\right)\right\}\mathrm{EXP}\left[-\frac{i}{2}I\right] =$$

$$= \frac{1}{i}\left\{-\Delta_F(y-x) + i\int \Delta_F(y-x_1)J(x_1)dx_1\int \Delta_F(x-x_2)J(x_2)dx_2\right\}\mathrm{EXP}\left[-\frac{i}{2}I\right]$$

$$\left.\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(x)}\frac{1}{i}\frac{\delta Z_0}{\delta J(y)}\right|_{J=0} = i\,\Delta_F(y-x)$$

$$\boxed{\langle 0|T[\phi(x_1)\phi(x_2)]|0\rangle = i\,\Delta_F(x_2-x_1)}$$

De 25.1 fica óbvio que:

$$\langle 0|T[\phi(x)]|0\rangle = \left.\frac{1}{i}\frac{\delta Z_0}{\delta J(x)}\right|_{J=0} = 0$$

Se aplicamos uma terceira derivação (função de 3 pontos) também obteremos zero:

$$\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(z)}\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(x)}\frac{1}{i}\frac{\delta Z_0}{\delta J(y)} = -\Big\{ i\,\Delta_F(y-x)\int \Delta_F(z-x_1)J(x_1)dx_1 +$$

$$+ i\,\Delta_F(y-z)\int \Delta_F(x-x_2)J(x_2)dx_2 + i\,\Delta_F(x-z)\int \Delta_F(y-x_1)J(x_1)dx_1 +$$

$$+\int \Delta_F(y-x_1)J(x_1)dx_1 \int \Delta_F(x-x_2)J(x_2)dx_2 \int \Delta_F(x-x_3)J(x_3)dx_3 \Big\} \exp\left[-\frac{i}{2}I\right]$$

Que dá zero quando J = 0

Na função de 4 pontos recuperamos termos que sobrevivem a J = 0:

$$\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(w)}\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(z)}\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(x)}\frac{1}{i}\frac{\delta Z_0}{\delta J(y)} =$$

$$= -\frac{1}{i}\Big\{ i\Delta_F(y-x)\Delta_F(z-w) + i\Delta_F(y-z)\Delta_F(x-w) +$$

$$i\Delta_F(x-z)\Delta_F(y-w)\Big\}\exp\left[-\frac{i}{2}I\right] + \underbrace{\cdots}_{=0 \text{ QUANDO } J=0}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\langle 0|T[\phi(x_1)\phi(x_2)\phi(x_3)\phi(x_4)]|0\rangle = \\ &= -\left[\Delta_F(x_1-x_2)\Delta_F(x_3-x_4) + \Delta_F(x_1-x_3)\Delta_F(x_2-x_4) + \Delta_F(x_1-x_4)\Delta_F(x_2-x_3)\right]\end{aligned}}$$

(eq. 27.1)

Estamos no caminho de provar o teorema de Wick (basta continuar calculando funções de mais pontos):

$$\boxed{\langle 0|T[\phi(x_1)\ldots\phi(x_{2n})]|0\rangle = \sum_{\text{PERMUTS.}} \langle 0|T[\phi(x_{p_1})\phi(x_{p_2})]|0\rangle \ldots \langle 0|T[\phi(x_{p_{2n-1}})\phi(x_{p_{2n}})]|0\rangle}$$