IFT

Teoria Quântica de Campos II

2º semestre de 2013

3ª Lista de Exercícios

1. (Peskin 12.1) Dada a Lagrangeana renormalizada (Teoria de Yukawa Pseudo-Escalar, sem massas):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\nu\partial_\nu)\psi - ig\bar{\psi}\gamma^5\psi\phi - \frac{\lambda}{4!}\phi^4 + \frac{1}{2}\delta_\phi(\partial_\mu\phi)^2 + \bar{\psi}(i\delta_\psi\gamma^\nu\partial_\nu)\psi - ig\delta_g\bar{\psi}\gamma^5\psi\phi - \frac{\delta_\lambda}{4!}\phi^4$$

   cujos contratermos têm as partes divergentes dadas por (calculadas a um loop):

$$\delta_\phi = -\frac{g^2}{8\pi^2}\log\left(\frac{\Lambda^2}{M^2}\right) \ ,$$

$$\delta_\psi = -\frac{g^2}{32\pi^2}\log\left(\frac{\Lambda^2}{M^2}\right) \ ,$$

$$\delta_\lambda = \left(\frac{3\lambda^2}{32\pi^2} - \frac{3g^4}{2\pi^2}\right)\log\left(\frac{\Lambda^2}{M^2}\right) \ ,$$

$$\delta_g = \frac{g^2}{16\pi^2}\log\left(\frac{\Lambda^2}{M^2}\right) \ .$$

   Obtenha as funções β para λ e g (em L.O. nas constantes de acoplamento e assumindo que $\lambda \sim g^2$)[1]. Esboce o fluxo destas constantes de acoplamento no plano $\lambda - g$.

   Opcional: Se estiver com tempo e motivação, faça também o exercício 10.2 do Peskin (obtendo então os contratermos acima).

2. Considere a lagrangiana em $d = 6$,

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\frac{1}{2}(\partial\phi_0)^2 - \frac{m_0^2}{2}\phi_0^2 + \frac{g_0}{6}\phi_0^3 \\ &= -\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{m^2}{2}\phi^2 + \frac{g\mu^{\epsilon/2}}{6}\phi^3 - \frac{A}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{Bm^2}{2}\phi^2 + \frac{gC\mu^{\epsilon/2}}{6}\phi^3\end{aligned}$$

   onde $\epsilon = 6 - d$ e $g_0 = g\mu^{\epsilon/2}(1 + A)^{3/2}(1 + C)$. Calcule a função β associada à constante de acoplamento g_0 usando a regularização dimensional. Verifique que esta teoria é assintóticamente livre, isto é, a constante de acoplamento se torna fraca a altas energias.

[1] *Dica*: Leia as páginas 109-111 das notas de aula.

3. A equação do grupo de renormalização para o potencial do Higgs, no limite em que o acoplamento se torna forte, é dada por:

$$\beta_\lambda = \frac{d\lambda}{d\log Q^2} = \frac{3}{4\pi^2}\lambda^2 + ... \tag{1}$$

   (a) Resolva a equação com a condição de contorno $\lambda(Q^2 = v^2) = \lambda_0$, onde v fixa a escala eletrofraca.

   (b) Como no caso da *QED*, existe um valor Q_c tal que $\lambda(Q_c)$ é divergente, chamado de *Pólo de Landau*. Em uma escala acima desse pólo não podemos confiar na teoria de perturbações. Sabendo que $\lambda_0 = m_H^2/(2v^2)$, $m_H(Q^2 = v^2) \sim 125$ GeV e $v \sim 246$ GeV, obtenha Q_c.