Finalmente:

$$\delta\left[B^a(\partial_\mu A^a_\mu)\right] = B^a \partial_\mu(\delta A^a_\mu) = \epsilon B^a \partial_\mu\left(D^{ac}_\mu c^c\right)$$

De forma que:

$$\delta\left[\bar{c}_a(-\partial^\mu D^{ac}_\mu) c_c\right] + \delta\left[B^a(\partial_\mu A^a_\mu)\right] = 0$$

Vemos que a Lagrangeana, após a fixação de Gauge (e para qualquer fixação ξ), é invariante por transformação BRST (global). Além disso temos mais duas simetrias globais sobre as quais a Lagrangeana é invariante:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \delta A^a_\mu = \bar{\epsilon} D^{ac}_\mu \bar{c}^c & \delta B^a = -\bar{\epsilon} f^{abc} B^b \bar{c}^c \\ \delta c^a = \bar{\epsilon}\left(-B^a - g f^{abc} c^b \bar{c}^c\right) & \delta\psi = i g \bar{\epsilon} \bar{c}^a t^a \psi \\ \delta \bar{c}^a = -\frac{\bar{\epsilon}}{2} f^{abc} \bar{c}^b \bar{c}^c & \end{array}}$$

(eq. 162.1)

Transformação anti-BRST

e também:

c-number

$$\boxed{\begin{array}{l} \delta c^a = \theta c^a \\ \delta \bar{c}^a = -\theta \bar{c}^a \end{array}}$$

(eq. 162.2)

(leva a conservação do número de Ghosts)

(essa transformação é uma transformação de escala, ao invés de uma fase, por conta do tipo de hermicidade exigida para os campos de Ghost)

Definamos $s\phi$ como a transformação BRST infinitesimal do campo ϕ, eg:

$$\delta\phi \equiv \epsilon s\phi \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} s A^a = D^{ac}_\mu c^c \\ s\psi = i g c^a t^a \psi \end{cases}$$

Esta transformação está ligada ao gerador Q das transformações BRST:

$$|\,\rangle \to |\,\rangle' = e^{i\epsilon Q}|\,\rangle \approx |\,\rangle + i\epsilon Q|\,\rangle \qquad \delta|\,\rangle = i\epsilon Q|\,\rangle$$

$$\mathcal{O}_\pm \to \mathcal{O}'_\pm = e^{i\epsilon Q}\mathcal{O}_\pm e^{-i\epsilon Q} \sim (1 + i\epsilon Q)\mathcal{O}_\pm(1 - i\epsilon Q) =$$

$$= 1 + i\epsilon Q\mathcal{O}_\pm - i\underbrace{\mathcal{O}_\pm\epsilon}_{\pm\epsilon\mathcal{O}_\pm} Q + \dots = \mathcal{O} + \underbrace{i\epsilon\left[Q, \mathcal{O}_\pm\right]_\mp}_{\delta\mathcal{O}}$$

+ → # campos fermiônicos par ou zero

− → # campos fermiônicos ímpar

Logo:

$$\delta\phi_\pm = i\epsilon\left[Q,\phi_\pm\right]_\mp = \epsilon s\phi_\pm \Rightarrow s\phi_\pm = i\left[Q,\phi_\pm\right]_\mp$$

Temos que: $\delta(s\phi) = \epsilon s(s\phi) = 0 \quad \forall \epsilon$

$$\boxed{ss\phi = 0} \qquad \text{(eq. 163.1)}$$

Isto pode ser provado para cada um dos campos (ou produto de campos) [Weinberg vol 2, pgs 29-31], no caso do campo A:

$$sA^a = D_\mu^{ac} C^c$$

$$\epsilon s\left[sA^a\right] = \cancel{\delta\left[D_\mu^{ac} C^c\right]} \rightarrow 0 \text{ (conforme mostrado na pg 161)} \Rightarrow ssA^a = 0$$

e então:

$$ss\phi_\pm = 0 \Rightarrow i\left[Q,\underbrace{s\phi_\pm}\right]_\pm = 0$$

notando que a transformação de um campo bosônico é fermiônico e vice versa (veja 160.1)

$$\left[Q, i\left[Q,\phi_\pm\right]_\mp\right]_\pm = 0 \Rightarrow \boxed{\left[Q^2,\phi_\pm\right]_- = 0}$$

(eq. 163.2)

$$\left[Q,\left[Q,\phi_\pm\right]_\mp\right]_\pm = Q\left[Q,\phi_\pm\right]_\mp \pm \left[Q,\phi_\pm\right]_\mp Q = Q\left(Q\phi_\pm \mp Q\phi_\pm\right) \pm \left(Q\phi_\pm \mp \phi_\pm Q\right)Q =$$

$$= Q^2\phi_\pm \mp \cancel{Q\phi_\pm Q} \pm \cancel{Q\phi_\pm Q} - \phi_\pm Q^2 = \left[Q^2,\phi_\pm\right]_-$$

$$\left[Q,c^a\right]_+ = -\frac{1}{2}g f^{abc} c^b c^c$$

$$\underbrace{Qc^a}_{1} + \underbrace{c^a Q}_{\Rightarrow 1} = -\frac{1}{2}g f^{abc}\underbrace{c^b c^c}_{\text{GHOST NUMBER}=2}$$

Isto implica que $Q^2 = 0$ ou Q^2 é proporcional a identidade. Q^2 não pode ser proporcianal a $\hat{I}$ pois a ação de Q muda o número de campos de Ghost (sempre na mesma direção), então:

$$Q^2 = 0 \quad \text{(operador nilpotente)}$$

Esta simetria global leva a uma carga conservada que é dada justamente por este operador Q:

$$\left[Q,H\right] = 0$$

O que queremos agora é usar esta simetria para selecionar, dentre todos os graus de liberdade extra que foram introduzidos na teoria (pela fixação de gauge), aqueles que identificaremos com os estados físicos. É preciso garantir, especialmente, que os estados selecionados não são levados nos não-físicos pela evolução temporal do sistema. Dois operadores que comutam com a hamiltoniana, pois são geradores de transformações contínuas do sistema, são justamente o Q definido acima e também Q_c, que gera a transformação 162.2. Com isso em mente, definimos os estados físicos:

$$Q\,|PHYS\rangle = 0 \qquad Q_c|PHYS\rangle = 0$$

Notemos então que:

$$s\left(\bar{c}_a(\partial^\mu A_\mu^a)+\frac{\xi}{2}\bar{c}_a B^a\right)=\epsilon B^a(\partial^\mu A_\mu^a)+\bar{c}_a\left(\epsilon\partial^\mu D_\mu^{ac}c^c\right)+\frac{\xi}{2}\epsilon B^a B^a=$$

$$=\epsilon\left[B^a(\partial^\mu A_\mu^a)-\bar{c}_a\left(\partial^\mu D_\mu^{ac}c^c\right)+\frac{\xi}{2}B^a B^a\right]$$

$$s\left(\bar{c}_a(\partial^\mu A_\mu^a)+\frac{\xi}{2}\bar{c}_a B^a\right)=B^a(\partial^\mu A_\mu^a)-\bar{c}_a\left(\partial^\mu D_\mu^{ac}c^c\right)+\frac{\xi}{2}(B^a)^2=\mathcal{L}_{GFFPB}$$

que são justamente os termos que adicionamos na Lagrangeana para fixar o Gauge (compare isto com a equação 159.1). Logo:

$$\langle PHYS|\mathcal{L}_{GFFPB}|PHYS\rangle=\langle PHYS|\,s\Big(\underbrace{\bar{c}_a(\partial^\mu A_\mu^a)+\frac{\xi}{2}\bar{c}_a B^a}_{\Psi}\Big)|PHYS\rangle=0$$

mostrando que este novo pedaço da Lagrangeana não contribue em nada para espalhamento entre estados físicos.

Adicionalmente, é natural exigir que elementos de matriz entre estados físicos sejam independentes da escolha para a fixação de gauge. Nossa lagrangeana pode ser escrita como:

$$\mathcal{L}=\underbrace{\mathcal{L}_{GI}}_{\text{"gauge invariant" (pedaço sem fixação de Gauge)}}+s\Psi$$

Se definirmos $\tilde{\delta}$ como a variação obtida por mudar o termo de fixação:

$$\Psi\to\Psi+\tilde{\delta}\Psi$$

então: $$\tilde{\delta}\langle\alpha|\beta\rangle=i\langle\alpha|\tilde{\delta}\mathcal{L}|\beta\rangle\underset{\tilde{\delta}\mathcal{L}_{GI}=0}{=}i\langle\alpha|\tilde{\delta}s\Psi|\beta\rangle=-\langle\alpha|\left[Q,\tilde{\delta}\Psi\right]_{\mp}|\beta\rangle$$

exigir que $\tilde{\delta}\langle\alpha|\beta\rangle=0$ implica: $\langle\alpha|Q=Q|\beta\rangle=0$

O que nos diz que somente estados no núcleo de Q podem aparecer em elementos de matriz que sejam independentes da fixação de gauge. Ainda mais, considere estados do tipo:

$$|\alpha_2\rangle=|\alpha_1\rangle+\underbrace{Q|\alpha\rangle}_{\text{está na imagem de Q}}$$

$$\langle\beta|\alpha_1\rangle=\langle\beta|\alpha_2\rangle\quad\forall\langle\beta|$$

fisicamente equivalentes

Por isso os estados físicos independentes pertencem ao núcleo de Q módulo sua Imagem (a cohomologia de Q)

É possível mostrar (veja Weinberg vol 2, pgs 33-34, para o caso simplificado da QED) que os Ghosts pode ser escritos na forma:

$$|C\rangle = Q|\alpha\rangle$$

E portanto são equivalentes a zero (podem ser removidos da teoria com escolha certa de gauge)

Identidades de Slavnov-Taylor

(Ryder 7.6)

A partir da lagraneana 159.1, podemos voltar para a 150.1 usando as equações de movimento para o campo B^a (deixando os férmions de lado):

(eq. 159.1)

$$\boxed{\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\left(F^a_{\mu\nu}\right)^2 + \frac{\xi}{2}\left(B^a\right)^2 + B^a\left(\partial^\mu A^a_\mu\right) + \bar{c}_a\left(-\partial^\mu D^{ac}_\mu\right)c_c}$$

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu B^a)}\right) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial B^a} = 0 \quad\Rightarrow\quad -\xi B^a - \partial^\mu A^a_\mu = 0 \quad\Rightarrow\quad B^a = -\frac{1}{\xi}\partial^\mu A^a_\mu$$

$$\boxed{\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\left(F^a_{\mu\nu}\right)^2 - \frac{1}{2\xi}\left(\partial^\mu A^a_\mu\right)^2 + \bar{c}_a\left(-\partial^\mu D^{ac}_\mu\right)c_c}$$

(eq. 150.1)

Neste caso a transformação BRST do anti-ghost fica:

$$\boxed{\delta\bar{c}^a = -\frac{\epsilon}{\xi}\partial^\mu A^a_\mu} \quad \text{(eq. 165.1)}$$

e: $$\boxed{\delta B^a = \delta\left(\partial^\mu A^a_\mu\right) = 0} \quad \text{(eq. 165.2)}$$

Para esta Lagrangeana, escrevemos o funcional gerador:

$$Z[J,\chi,\eta;u,v] = \int DA\,Dc\,D\bar{c}\;e^{i\int\mathcal{L}_{TOT}\,dx}$$

$$\boxed{\mathcal{L}_{TOT} = \mathcal{L} + J^a_\mu A^{\mu a} + \chi^a c^a + \eta^a\bar{c}^a + u^a_\mu\left(D^\mu c\right)^a + v^a\left(-\frac{1}{2}g f^{abc}c^b c^c\right)}$$

(eq. 165.2)

$\chi, \eta, u \leftarrow$ anticomutam

$J, v \leftarrow$ comutam

note que colocamos duas fontes a mais do que o "necessário" logo ficará claro porque queremos fazer isto

$$\delta\left(D^\mu c\right)^a = \delta\left(D^{\mu ab}c^b\right) = 0$$

pg. 161

$$\delta(f^{abc}c^b c^c) = f^{abc}\left((\delta c^b)c^c + c^b(\delta c^c)\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}g\left[\epsilon \underbrace{f^{abc}f^{bde}}_{b\leftrightarrow c} c^d c^e c^c + f^{abc}f^{cde}c^b \epsilon c^d c^e\right] =$$

(−) (+) (−)

$$= +g\epsilon f^{abc}f^{cde}c^d c^e c^b =$$

$$= \frac{1}{3}g\epsilon\left[f^{abc}f^{cde} + f^{aec}\overbrace{f^{cbd}}^{c^b c^d c^e = \det} + f^{adc}\overbrace{f^{ceb}}^{c^e c^b c^d = \det}\right]c^d c^e c^b = 0$$

$$\delta(\delta c) = \delta(f^{abc}c^b c^c) = 0$$

A jacobiano da transformação BRST é dado por:

$$J = J\left(\frac{A_\mu^a(x) + \delta A_\mu^a(x),\ c^a(x) + \delta c^a(x),\ \bar{c}^a(x) + \delta\bar{c}^a(x)}{A_\nu^b(y),\ c^b(y),\ \bar{c}^b(y)}\right)$$

e queremos mostrar que ele é a unidade. Os únicos elementos diferentes de zero são:

$$\frac{\partial[A_\mu^a(x) + \delta A_\mu^a(x)]}{\partial A_\nu^b(y)} = \delta_\mu^\nu\,\delta^4(x-y)\,\delta^{ab} + \frac{\partial}{\partial A_\nu^b(y)}\left[\epsilon \underbrace{D_\mu^{ac}}_{\delta^{ac}\partial_\mu + g f^{ab'c}A_\mu^{b'}} c^c\right] =$$

$$= \delta_\mu^\nu\,\delta^4(x-y)\left[\delta^{ab} + \epsilon g f^{abc}c^c\right]$$

$$\frac{\partial[A_\mu^a(x) + \delta A_\mu^a(x)]}{\partial c^b(y)} = \frac{\partial}{\partial c^b(y)}\left[\epsilon D_\mu^{ac}c^c\right] = -\epsilon D_\mu^{ab}\delta^4(x-y)$$

(−)

$$\frac{\partial[c^a(x) + \delta c^a(x)]}{\partial c^b(y)} = \delta^{ab}\delta^4(x-y) + \frac{\partial}{\partial c^b(y)}\left[-\frac{1}{2}g\epsilon f^{ab'c'}c^{b'}c^{c'}\right] =$$

−

$$= \delta^{ab}\,\delta^4(x-y) + \frac{1}{2} g\,\epsilon\, f^{ab'c'} \underbrace{\frac{\partial}{\partial c^b(y)}\left(c^{b'}(x)\, c^{c'}(x)\right)}_{\delta^4(x-y)\left[\delta^{bb'} c^{c'}(x) - c^{b'}(x)\,\delta^{bc'}\right]} =$$

$$= \delta^4(x-y)\left[\delta^{ab} + g\,\epsilon\, f^{abc'}\, c^{c'}(x)\right]$$

$$\frac{\left[\bar{c}^a(x) + \delta\bar{c}^a(x)\right]}{\partial A_\nu^b(y)} = -\frac{\epsilon}{\xi}\frac{\partial}{\partial A_\nu^b(y)}\left(\partial^\mu A_\mu^a\right) = -\frac{\epsilon}{\xi}\,\delta^\nu_\mu\,\delta^{ab}\,\partial^\mu\,\delta^4(x-y)$$

$$\frac{\left[\bar{c}^a(x) + \delta\bar{c}^a(x)\right]}{\partial \bar{c}^b(y)} = \delta^{ab}\,\delta^4(x-y)$$

elemento ab de uma matriz n x n (n é o # geradores do grupo)

$$J = \left|\begin{matrix} \overbrace{\left(\delta^\nu_\mu\,\delta^4(x-y)\left[\delta^{ab} + \epsilon g\, f^{abc} c^c\right]\right)_{n\times n}} & \left(-\epsilon\, D_\mu^{ab}\,\delta^4(x-y)\right)_{n\times n} & 0 \\ 0 & \left(\delta^4(x-y)\left[\delta^{ab} + g\epsilon\, f^{abc'} c^{c'}(x)\right]\right)_{n\times n} & 0 \\ \left(-\frac{\epsilon}{\xi}\,\delta^\nu_\mu\,\delta^{ab}\,\partial^\mu\,\delta^4(x-y)\right)_{n\times n} & 0 & \left(\delta^{ab}\,\delta^4(x-y)\right)_{n\times n}\end{matrix}\right| =$$

só a diagonal das matrizes n x n vai contribuir $\quad \epsilon^2 = 0$

$$\boxed{J = \left(\delta^\nu_\mu\right)^n \left(\delta^4(x-y)\right)^{3n} = 1} \quad \text{(eq. 167.1)}$$

Podemos então fazer a transformação BRST no funcional gerador para obter (a medida de integração é invariante):

$$Z[s,\kappa,y;u,v] = \int DA\, Dc\, D\bar{c}\; e^{i\int\left(\mathcal{L}_{TOT} + s^a_\mu \delta A^{\mu a} + \kappa^a \delta c^a + y^a \delta\bar{c}^a\right) d^4x} =$$

$$\simeq \int DA\, Dc\, D\bar{c}\left[1 + i\int d^4x\left(s^a_\mu \delta A^{\mu a} + \kappa^a \delta c^a + y^a \delta\bar{c}^a\right)\right] e^{i\int \mathcal{L}_{TOT}\, d^4x}$$

Se exigirmos a invariância BRST do funcional gerador teremos a condição (compare o que faremos a seguir com o que fizemos nas pags 23 a 25):

$$\int DA\, Dc\, D\bar{c} \int d^4x \left(s^a_\mu \delta A^{\mu a} + \kappa^a \delta c^a + y^a \delta \bar{c}^a \right) e^{i\int \mathcal{L}_{TOT}\, d^4x} = 0$$

note que:

$$s^a_\mu \delta A^{\mu a} + \kappa^a \delta c^a + y^a \delta \bar{c}^a = \overset{(+)}{s^a_\mu \epsilon \underbrace{D^{ac\,\mu} c^c}} + \overset{(-)}{\kappa^a \underbrace{\left(-\frac{1}{2} g \epsilon f^{abc} c^b c^c\right)}} + \overset{(-)}{y^a \left(-\frac{\epsilon}{\xi} \underbrace{\partial^\mu A^a_\mu}\right)}$$

justamente o que está multiplicando a fonte u na lagrangeana 165.2

o mesmo para a fonte v

fonte s

Podemos então trocar estes termos por derivadas nas fontes:

$$\int DA\, Dc\, D\bar{c} \int d^4x\, \epsilon \left[s^a_\mu \frac{\delta}{\delta u^a_\mu} + \kappa^a \frac{\delta}{\delta v^a} - \frac{1}{\xi} y^a \left(\partial_\mu \frac{\delta}{\delta s^a_\mu} \right) \right] e^{i\int \mathcal{L}_{TOT}\, d^4x} = 0$$

$$\therefore \quad \epsilon \int d^4x \left[s^a_\mu \frac{\delta Z}{\delta u^a_\mu} + \kappa^a \frac{\delta Z}{\delta v^a} - \frac{1}{\xi} y^a \left(\partial_\mu \frac{\delta Z}{\delta s^a_\mu} \right) \right] = 0$$

(a vantagem de introduzir u e v foi obter esta equação só com primeiras derivadas, o que não seria o caso usando as fontes usuais)

$$Z = e^{iW} \Rightarrow \boxed{\int d^4x \left[s^a_\mu \frac{\delta W}{\delta u^a_\mu} + \kappa^a \frac{\delta W}{\delta v^a} - \frac{1}{\xi} y^a \left(\partial_\mu \frac{\delta W}{\delta s^a_\mu} \right) \right] = 0}$$

(eq. 168.1)

Assim com fizemos na pg 24, queremos uma equação para as funções geradoras dos vértices Γ conseguimos isso fazendo a transformada de Legendre:

$$W[s, \kappa, y; \underbrace{u, v}] = \Gamma[A_{cl}, c_{cl}, \bar{c}_{cl}; u, v] + \int d^4x \left(s^a_\mu A^{\mu a}_{cl} + \kappa^a c^a_{cl} + y^a \bar{c}^a_{cl} \right)$$

não transformamos estes

$$s^a_\mu = -\frac{\delta \Gamma}{\delta A^{\mu a}_{cl}} \quad ; \quad \kappa^a = \frac{\delta \Gamma}{\delta c^a_{cl}} \quad ; \quad y^a = \frac{\delta \Gamma}{\delta \bar{c}^a_{cl}}$$

$$\frac{\delta W}{\delta s^a_\mu} = A^{\mu a}_{cl} \quad ; \quad \frac{\delta W}{\delta u} = \frac{\delta \Gamma}{\delta u} \quad ; \quad \frac{\delta W}{\delta v} = \frac{\delta \Gamma}{\delta v}$$

A equação 168.1 agora fica:

$$\boxed{\int d^4x \left[-\frac{\delta\Gamma}{\delta A^{\mu a}}\frac{\delta\Gamma}{\delta u^a_\mu} + \frac{\delta\Gamma}{\delta c^a}\frac{\delta\Gamma}{\delta v^a} - \frac{1}{\xi}\frac{\delta\Gamma}{\delta\bar c^a}(\partial_\mu A^{\mu a})\right] = 0}$$

(eq. 169.1)

É possível simplificar ainda mais esta equação notando que:

$$\bar c^a \to \underbrace{\bar c^a + \delta\bar c^a}_{\text{mudança de variáveis na integral de Z}} \Rightarrow D\bar c = D\bar c$$

$$\mathcal{L}_{TOT} \to \mathcal{L}_{TOT} + \delta\bar c_a(-\partial^\mu D^{ac}_\mu)c_c + y^a\,\delta\bar c_a =$$

$$\mathcal{L}_{TOT} = \dots + \bar c_a(-\partial^\mu D^{ac}_\mu)c_c + y^a\bar c^a + \dots$$

$$= \mathcal{L}_{TOT} - \delta\bar c_a\left[\partial^\mu D^{ac}_\mu c^c + y^a\right]$$

não deve alterar Z (expandindo em $\delta\bar c_a$)

$$\int DA\,Dc\,D\bar c\; i\int d^4x\,(-\delta\bar c_a)\left[\partial^\mu \underbrace{D^{ac}_\mu c^c}_{-i\frac{\delta}{\delta u^{a\mu}}} + y^a\right] e^{i\int \mathcal{L}_{TOT}\, d^4x} = 0$$

$$(\underbrace{\delta\bar c_a}_{\forall\,\delta\bar c_a})\left[-i\,\partial^\mu\frac{\delta}{\delta u^{a\mu}} + \underbrace{y^a}_{\frac{\delta\Gamma}{\delta\bar c^a}}\right]\underbrace{Z}_{e^{iW}} = 0 \Rightarrow \partial^\mu \underbrace{\frac{\delta W}{\delta u^{a\mu}}}_{\frac{\delta\Gamma}{\delta u}} + \frac{\delta\Gamma}{\delta\bar c^a} = 0$$

$$\boxed{\frac{\delta\Gamma}{\delta\bar c_a} = -\partial^\mu\frac{\delta\Gamma}{\delta u^{a\mu}}}$$

(eq. 169.2)

de forma que 169.1 agora fica:

$$\int d^4x\left[-\frac{\delta\Gamma}{\delta A^{\nu a}}\frac{\delta\Gamma}{\delta u^a_\nu} + \underbrace{\frac{\delta\Gamma}{\delta c^a}\frac{\delta\Gamma}{\delta v^a}}_{(-)} + \underbrace{\frac{1}{\xi}\left(\partial^\nu\frac{\delta\Gamma}{\delta u^{a\nu}}\right)(\partial_\mu A^{\mu a})}_{\text{PARTES}}\right]=0$$

$$\int d^4x\left\{\frac{\delta\Gamma}{\delta u^a_\nu}\left[-\frac{\delta\Gamma}{\delta A^{\nu a}} - \frac{1}{\xi}(\partial_\nu\partial_\mu A^{\mu a})\right] - \frac{\delta\Gamma}{\delta v^a}\frac{\delta\Gamma}{\delta c^a}\right\}=0$$

$$\Gamma' = \Gamma - \frac{1}{2\xi}\int d^4x\,(\partial^\nu A^a_\nu)^2$$

$$\boxed{\int d^4x\left[\frac{\delta\Gamma'}{\delta u^a_\nu}\frac{\delta\Gamma'}{\delta A^{\nu a}} - \frac{\delta\Gamma'}{\delta v^a}\frac{\delta\Gamma'}{\delta c^a}\right]=0}$$

(eq. 169.3)

Identidades de Lee-Zinn-Justin
Generalização das Slanov-Taylor

Rigorosamente falando, as identidades de Slavnov-Taylor são relações do tipo:

$$\frac{Z_4}{Z_1} = \frac{Z_1}{Z_3} \qquad\qquad \frac{\tilde{Z}_1}{\tilde{Z}_3} = \frac{Z_1}{Z_3}$$

onde os Z's vão aparecer quando fizemos a renormalização da teoria. Veremos que estas relações são necessárias para garantir a renormalizabilidade da teoria (da mesma forma que precisávamos de $Z_2 = Z_1$ na QED, o que é garantido pelas identidades de W-T, veja página 52). A equação 169.3 nos permite provar as relações de Slavnov-Taylor a todas as ordens em teoria de perturbação, e por isso contém todo o conteúdo físico das identidades S-T.

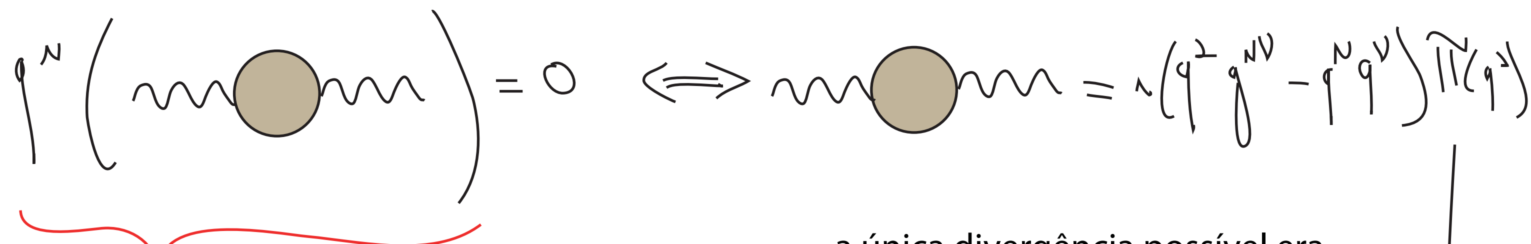
Correções radiativas em teorias não-Abelianas

(Peskin 16.5, Ryder 9.8)

Consideremos agora as correções a um loop para teorias não abelianas. Assim como na QED, esperamos que a simetria de Gauge coloque restrições importantes para que tipo de correção pode aparecer e, consequentemente, limite o número de divergências. Comecemos com as correções ao propagador do próprio bóson de Gauge

Auto-energia do bóson de Gauge

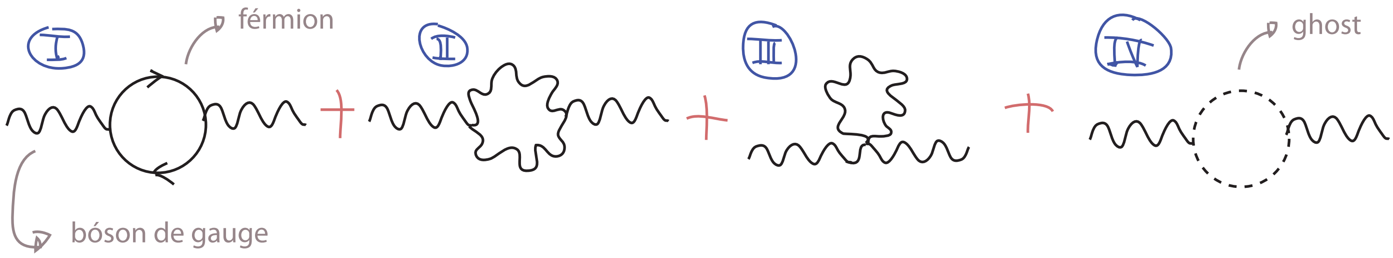
Na QED tínhamos:



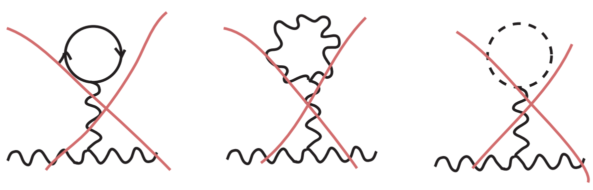
a única divergência possível era logarítmica (veja pg 70)

Esta relação continua valendo, portanto a correção deve ter a mesma forma. No entanto vamos calculá-la explicitamente para ver como isto acontece no caso não-Abeliano.

Até ordem g^2, os diagramas que precisamos calcular são:



uma vez que os tadpoles são zero:
(proporcionais ao vev de j_μ, ver pg 69)


$= 0$