$$[A^i(\vec{x},t), E^j(\vec{x}',t)] = i\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\Delta^{ij} e^{i\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}')} = i\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\Big(\delta^{ij} - \underbrace{\frac{k^i k^j}{k^2}}_{\frac{\partial^i\partial^j}{(\vec{\nabla})^2}}\Big) e^{i\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}')}$$

$$= i\left(\delta^{ji} - \frac{\partial^i\partial^j}{(\vec{\nabla})^2}\right)\delta^3(\vec{x}-\vec{x}')$$

que, por sua vez, satisfaz $\vec{\nabla}[\vec{A}, E^i] = 0$ uma vez que

$[A,A] = [E,E] = 0$

$$k_i \Delta^{ij} = k_j - k_i\frac{k^i k^j}{k^2} = 0$$

Substituindo a decomposição de A no comutador acima obtemos a relação usual:

$$\boxed{[a^{(\lambda)}(k), a^{(\lambda')\dagger}(k')] = (2\pi)^3\delta_{\lambda\lambda'}\delta^3(\vec{k}-\vec{k}')}$$ (eq. 149.1)

$[a,a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0$

$$H = \frac{1}{2}\int d^3x\left(\vec{E}^2 + \vec{B}^2\right) = \sum_\lambda\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{k^0}{2}\left[a^{(\lambda)\dagger}(k)a^{(\lambda)}(k) + a^{(\lambda)}(k)a^{(\lambda)\dagger}(k)\right]$$

(exercício)

$$\boxed{:H: = \sum_\lambda\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3} k^0 a^{(\lambda)\dagger}(k)a^{(\lambda)}(k)}$$ (eq. 149.2)

Esta escolha de Gauge é conveniente pois só temos dois graus de liberdade, que coincidem com os graus físicos. No entanto a invariancia de Lorentz explícita está perdida, e para ter certeza de que correções quânticas (loops) não a quebram seria necessário testá-la explicitamente a cada passo da teoria de perturbação. Uma alternativa a isto seria escolher o Gauge Covariante (que mantém a estrutura de Lorentz explícita) e pagar o preço de ter polarizações não físicas na teoria, é o que faremos a seguir.

Quantização no Gauge Covariante

(mais detalhes: Mandl e Shaw, secs 5.1 e 5.2)

Neste caso, a única condição de fixação é a da eq. 147.1: $\partial_\mu A^\mu = 0$

A solução clássica é: $$A_\mu = \int\frac{d^3k}{(2\pi)^3\sqrt{2E_k}}\underbrace{\sum_{\lambda=0}^{3}}_{\text{4 polarizações}}\epsilon_\mu^{(\lambda)}(k)\left[a^{(\lambda)}(k)e^{ikx} + a^{(\lambda)\dagger}(k)e^{-ikx}\right]$$

$k^2 = 0$ $E_k = k$

Podemos escolher um sistema de coordenadas tomando o 3 eixo na direção de k: $k^\mu = (k,0,0,k)$

e mais uma vez construir quatro polarizações ortogonais:

$$\epsilon_\mu^{(1)}=(1,0,0,0) \quad \epsilon_\mu^{(2)}=(0,1,0,0) \quad \epsilon_\mu^{(3)}=(0,0,1,0) \quad \epsilon_\mu^{(4)}=(0,0,0,1)$$

$$\therefore \quad \epsilon_\mu^{(\lambda)}=\delta_\mu^\lambda$$

$\lambda=1,2 \rightarrow k^\mu \epsilon_\mu^{(\lambda)}=0$ ✓ Polarições transversas são físicas

$\lambda=0,3 \rightarrow k^\mu \epsilon_\mu^{(\lambda)}=E_k$ ✗ Polarição tipo-tempo ($\lambda=0$) e longitudinal ($\lambda=3$) não são físicas, i.e. não satisfazem $\partial^\mu A_\mu=0$

isso quer dizer que, quando forçarmos a condição $\partial^\mu A_\mu=0$ em termos de observáveis, os modos tipo-tempo e longitudinal devem se cancelar.

Mais uma vez temos que modificar o jeito de quantizar para levar o vínculo da fixação de Gauge em conta, neste caso trocaremos a imposição forte de que:

$$\left[\partial_\mu A^\mu(x), A^\nu(x')\right]=0$$

que é impossível de satisfazer com a expansão de *A* dada acima, por uma condição imposta apenas sobre a parte de aniquilação da expansão:

$$\boxed{\partial^\mu A_\mu^{(+)}(x)\,|\psi\rangle=0} \quad \text{(eq. 150.1)}$$

Condição de Gupta-Bleuler

$$A_\mu^{(+)} \equiv \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3\sqrt{2E_k}} \sum_{\lambda=1,2} \vec{\epsilon}^{(\lambda)}(k)\, a^{(\lambda)}(k)\, e^{ik\cdot x}$$

Que também implica:

$$\begin{cases} \langle\psi|\partial^\mu A_\mu^{(-)}(x)=0 \\ A_\mu^{(-)} \equiv \ldots\ a^{(\lambda)\dagger}(k)\, e^{-ikx} \\ \langle\psi|\partial^\mu A_\mu|\psi\rangle=\langle\psi|\partial^\mu A_\mu^{(-)}+\partial^\mu A_\mu^{(+)}|\psi\rangle=0 \end{cases}$$

O que estamos fazendo na prática é colocar uma restrição nos estados iniciais e finais permitidos pela teoria. A quantização é dada por:

$$\left[A_\mu(\vec{x},t), \Pi_\nu(\vec{x}',t)\right]=i g_{\mu\nu}\,\delta^{(3)}(\vec{x}-\vec{x}') \qquad [A,A]=[\Pi,\Pi]=0$$

Note que temos um problema aí, pois $\Pi_0=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{A}^0}=\frac{\partial}{\partial\dot{A}^0}\left[-\frac{1}{4}\left(\partial_i A_0-\partial_0 A_i\right)\left(\partial^i A^0-\partial^0 A^i\right)\right]=0$

Portanto não há como a relação de comutação acima valer para A_0 e π_0, a não ser que modifiquemos a Lagrangeana - existe uma forma de fazer isso sem mudar as equações de movimento, que não exploraremos aqui, uma vez que este procedimento é muito mais direto via integrais de trajetória, o que faremos a seguir (veja Mandl e Shaw para a história completa). Assumindo que este problema foi resolvido, podemos obter relações de comutação para os operadores de criação e aniquilação:

$$\boxed{\left[a^{(\lambda)}(k), a^{(\lambda')\dagger}(k')\right] = g^{\lambda\lambda'}(2\pi)^3\delta^{(3)}(\vec{k}-\vec{k}')} \quad \text{(eq. 151.1)}$$

$$[a, a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0$$

O que está bem para $\lambda = 1, 2$ e 3, mas:

$$\lambda = 0 \Rightarrow \left[a^{(0)}(k), a^{(0)\dagger}(k')\right] = -(2\pi)^3\delta^{(3)}(\vec{k}-\vec{k}')$$

O que leva a uma norma negativa para $a^\dagger|0\rangle$ pois:

$$\| a^\dagger|0\rangle\|^2 \equiv \langle 0|a a^\dagger|0\rangle = -\langle 0|a^\dagger a|0\rangle - \langle 0|0\rangle = -1$$

Reforçando o fato de que estes estados não podem ser físicos. A condição de Gupta-Bleuler diz que:

$$\partial^\mu A^{(+)}_\mu(x)|\psi\rangle = 0$$

$$k^\mu \epsilon^{(1)}_\mu = k^\mu \epsilon^{(2)}_\mu = 0$$

$$\hookrightarrow \sum_{\lambda=0\ldots3} k^\mu\epsilon^{(\lambda)}_\mu(k)a^{(\lambda)}(k)|\psi\rangle = 0 \rightarrow \left[\underbrace{k^\mu\epsilon^{(0)}_\mu(k)}_{E_k}a^{(0)}(k) + \underbrace{k^\mu\epsilon^{(3)}_\mu(k)}_{E_k}a^{(3)}(k)\right]|\psi\rangle = 0$$

$$\boxed{\left[a^{(0)}(k) + a^{(3)}(k)\right]|\psi\rangle = 0} \quad \text{(eq. 151.2)}$$

Esta equação deve ser verdade para quaquer estado y, e portanto é uma condição que restringe os estados físicos possíveis. Um exemplo de estado que satisfaz esta restrição é:

$$|\psi\rangle = \left(a^{(0)\dagger}(k) + a^{(3)\dagger}(k)\right)|0\rangle$$

$$\left[a^{(0)}(k) + a^{(3)}(k)\right]\left(a^{(0)\dagger}(k) + a^{(3)\dagger}(k)\right)|0\rangle = \left[\underbrace{\left[a^{(0)}(k), a^{(0)\dagger}(k)\right]}_{-(2\pi)^3\delta} + \underbrace{\left[a^{(3)}(k), a^{(3)\dagger}(k)\right]}_{+(2\pi)^3\delta}\right]|0\rangle = 0$$

Podemos mostrar que o mesmo é verdade para qualquer estado que tenha o mesmo número de excitações com as polarizações (0) e (3). O resultado final é que, neste Gauge, a contribuição destas duas polarizações não-físicas se cancelam no cálculo de todos os observáveis. A energia, por exemplo, é dada por:

$$\langle\psi|H|\psi\rangle = \int d^3k\, k^0 \sum_{\lambda=0,1,2,3} \zeta_\lambda \langle\psi|\, a^{(\lambda)\dagger}a^{(\lambda)}\,|\psi\rangle$$

$$\boxed{\zeta_0 = -1 \quad \zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = 1}$$

150.2 $\rightarrow \quad \langle\psi|\left[a^{\dagger(0)}(k) + a^{(3)\dagger}(k)\right] = 0$

isso quer dizer que (simplificando a notação): $a^{(0)+}(k) \equiv 0^+ \qquad a^{(3)+}(k) \equiv 3^+$

$$<\psi|(0^+ + 3^+)0|\psi> = <\psi|(0^+ + 3^+)3|\psi> = <\psi|0^+(0+3)|\psi> = <\psi|3^+(0+3)|\psi> = 0$$

$$-<\psi|(0^+ + 3^+)0|\psi> + <\psi|(0^+ + 3^+)3|\psi> - <\psi|0^+(0+3)|\psi> + <\psi|3^+(0+3)|\psi> = 0$$

$$<\psi|-0^+0 - \cancel{3^+0} + \cancel{0^+3} + 3^+3 - 0^+0 - \cancel{0^+3} + \cancel{3^+0} + 3^+3|\psi> = 0$$

$$<\psi|a^{(3)+}(k)a^{(3)}(k) - a^{(0)+}(k)a^{(0)}(k)|\psi> = 0$$

Portanto a energia pode ser escrita como:

$$\boxed{<\psi|H|\psi> = \int d^3k\, k^0 \underbrace{\sum_{1,2}}_{\text{só as polarizações transversais contribuem}} <\psi|a^{(\lambda)+}a^{(\lambda)}|\psi>} \quad \text{(eq. 152.1)}$$

Fixação de Gauge em Integrais de Trajetória, método de Fadeev-Popov

Um jeito mais moderno, e mais facilmente generalizável para o caso não-abeliano, de lidar com a redundância contida nas teorias de Gauge. Começamos fazendo a rotação de Wick para o espaço Euclideano. É preciso atentar para o fato de que A_μ é um vetor de Lorentz e sua componente zero também deve ser rodada:

$$x^0 = t = -i x_4 = -i x^4 \qquad \partial_0 = \frac{\partial}{\partial x^0} = i\frac{\partial}{\partial x^4} = i\partial_4$$

$$x_0 = -t = i x_4$$

$$\boxed{A_0 = i A_4} \quad \text{(eq. 152.2)}$$

$$\boxed{E_i^{(m)} = F_{0i}} = \partial_0 A_i - \partial_i A_0 = i\partial_4 A_i - i\partial_i A_4 = \boxed{i F_{4i} \equiv i E_i^{(E)}} \quad \boxed{F^{0i} = -i F^{4i}} \quad \text{(eq. 152.3)}$$

$$\mathcal{L}_{EM}^{(m)} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -\frac{1}{4}F_{0i}F^{0i} - \frac{1}{4}F_{ij}F^{ij} = -\frac{1}{4}F_{4i}F^{4i} - \frac{1}{4}F_{ij}F^{ij} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^{(E)}F^{(E)\mu\nu}$$

$$i\int \underbrace{d^4x}_{-i\,d^4x_E} \mathcal{L}_{EM}^{(m)} = \int d^4x_E \left(-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^{(E)}F^{(E)\mu\nu}\right) = \underbrace{-\int d^4x_E \underbrace{\left(F_{\mu\nu}^{(E)}\right)^2}_{\mathcal{L}_{EM}^{(E)}}}_{S_{EM}^{(E)}}$$

$$\boxed{\mathcal{L}_{EM}^{(E)} = \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^{(E)}F_{\mu\nu}^{(E)} = \frac{1}{2}\left[\left(E_i^{(E)}\right)^2 + \left(B_i^{(E)}\right)^2\right]} \quad \text{(eq. 152.4)}$$

Esquecendo o índice (E) e fazendo uma integração por parte (análogo ao que fizemos para obter 146.1, mas aqui não há termos de borda por definição):

$$S_{EM}[A] = \int d^4x \left[-\frac{1}{2}A_\mu\left(\delta_{\mu\nu}\partial^2 - \partial_\nu\partial_\mu\right)A_\nu\right]$$

A idéia agora é que em:

$$Z = \int \mathcal{D}A_\mu(x)\, e^{-S_{EM}[A]}$$

temos duas "somas":

(1) uma desejável, sobre todas as configurações fisicamente inequivalentes do campo A_μ que criam o comportamento quântico do campo
(2) uma soma igual a anterior só que com todos as configurações levadas em outras fisicamente equivalentes por meio de uma transformação de Gauge, para um parâmetro de Gauge λ específico. Claramente temos uma "cópia" desta para cada escolha de λ, o que acaba virando uma integral em λ.

Se conseguirmos fatorar a integral acima em duas: $\int \mathcal{D}A_\mu(x) = \underbrace{\int d\lambda}_{\text{integral para os diversos "Gauges"}} \underbrace{\int \mathcal{D}A_\mu^{GF}(x)}_{\text{integral sobre os campos fisicamente relevantes (Gauge-fixados)}}$

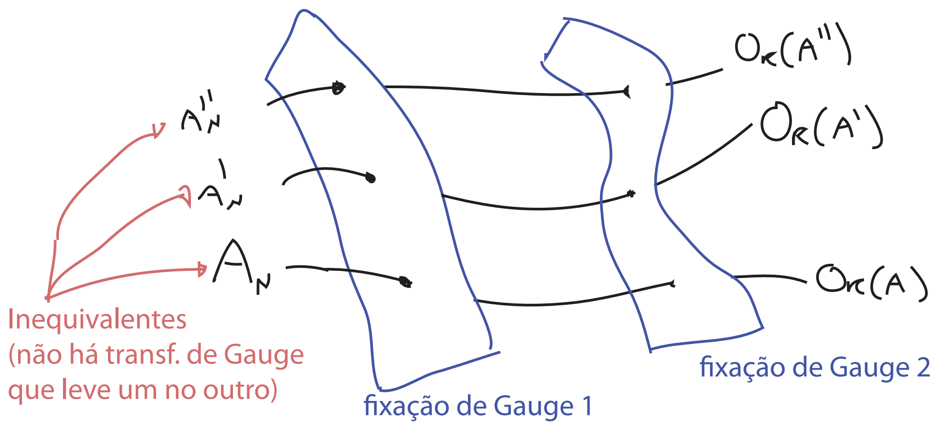
e eliminarmos toda dependencia em λ da integral de trajetória, então a integral em λ vira um fator multiplicativo em Z, completamente irrelevante (é o "volume" do espaço interno definido pelo grupo U(1)). Essa é nossa meta nas próximas páginas.

Para começar, consideremos uma fixação de Gauge covariante mais geral do que a de Lorenz:

$$\boxed{\partial_\mu A_\mu = C(x)} \quad \text{(eq. 153.1)}$$

Dada uma configuração de campo específica A_μ, definamos a órbita de A_μ, *Or(A)*, como o conjunto de todas as outras configurações que podem ser obtidas a partir de A_μ por meio de uma transformação de Gauge.

Agora imagine também o espaço de todas as possíveis condições de fixação de Gauge. Se estas são "boas" fixações de Gauge, deve haver apenas um ponto de intersecção entre este espaço e *Or(A)* (para cada configuração inequivalente):



Vamos assumir que a intersecção é única, mas existe um problema conhecido em teorias não Abelianas com esta suposição, as chamadas cópias de Gribov (outras intersecções, uma infinidade delas de fato). Não nos preocuparemos com elas pois (1) só aparecem no caso não Abeliano e (2) mesmo nas teorias não Abelianas, só são importantes no regime não perturbativo destas.

Considere então que estamos percorrendo a órbita fazendo a transformação:

$$A_\mu(x) \to \boxed{{}^{\chi}A_\mu(x) \equiv A_\mu(x) + \partial_\mu \chi(x)}$$ (eq. 154.1)

a forma: $$\boxed{\chi^A(x) \;/\; \partial^2\chi^{(A)}(x) = -\partial_\mu A_\mu(x) + c(x)}$$ (eq. 154.2)

É a transformação que nos coloca exatamente na intersecção de *Or(A)* com a fixação 153.1.

Queremos então provar o seguinte:

$$\boxed{\int \prod_{x\in\mathbb{R}^4} \partial\chi(x) \prod_{y\in\mathbb{R}^4} \delta\left(-\partial_\mu\left({}^{\chi}A_\mu(y)\right) + c(y)\right) = \frac{1}{\mathrm{Det}(-\partial^2)}}$$ (eq. 154.3)

porque se isso for verdade, teremos encontrado uma identidade:

$$1 = \mathrm{Det}(-\partial^2)\overbrace{\int \prod_{x\in\mathbb{R}^4} \partial\chi(x)}^{\int \mathcal{D}\chi}\ \overbrace{\prod_{y\in\mathbb{R}^4} \delta\left(-\partial_\mu\left({}^{\chi}A_\mu(y)\right) + c(y)\right)}^{\delta[-\partial_\mu A + c]}$$ (eq. 154.4)

"δ funcional" no sentido em que a derivada de A tem que ser c para qualquer ponto y

que pode ser inserida dentro da integral de trajetória de A e impõe, por meio desta δ, a condição 153.1 para qualquer valor de χ.

—— Demonstração ——

$$-\partial_\mu\left({}^{\chi}A_\mu\right) + c = -\partial^2\chi - \partial_\mu A_\mu + c = -\partial^2\chi + \partial^2\chi^{(A)}$$

Podemos fazer uma mudança de variáveis na integral em χ: $\chi \to \chi - \chi^A$

$$\int \prod_{x\in\mathbb{R}^4} \partial\chi(x) \prod_{y\in\mathbb{R}^4} \delta\Big[\underbrace{-\partial_\mu\left({}^{\chi}A_\mu(y)\right) + c(y)}_{G({}^{\chi}A_\mu)}\Big] = \int \prod_{x\in\mathbb{R}^4} \partial\chi(x) \prod_{y\in\mathbb{R}^4} \delta\left[-\partial^2\chi(y)\right]$$

Note que, dado o vínculo:

$$G\left({}^{\chi}A_\mu(y)\right) \equiv -\partial_\mu {}^{\chi}A_\mu + c = -\partial^2\chi(y) - \partial_\mu A_\mu(y) + c(y)$$

$$\frac{\delta G\left({}^{\chi}A_\mu(y)\right)}{\delta\chi(x)} = -\partial^2\delta(x-y) \equiv -\partial^2(x,y)$$

Mostrando que este operador $-\partial^2(x,y)$ age como elemento de matriz do Jacobiano de uma mudança de variáveis:

$$\chi \to G\left({}^{\chi}A_\mu\right)$$

O que é uma versão contínua de:

$$\int \prod_{i=1}^{n} d\chi_i \prod_{j=1}^{n} \delta(\Delta_{ij}\chi_j) = \int d^n\chi\, \delta^n(\underbrace{\Delta\vec{\chi}}_{\vec{\eta}=\Delta\vec{\chi}}) = \int d^n\eta\, \frac{\delta^n(\vec{\eta})}{\mathrm{Det}(\Delta)} = \frac{1}{\mathrm{Det}(\Delta)}$$

$$\eta_i = \Delta_{ij}\chi_j \to d^n\eta = \mathrm{Det}(\Delta)\, d^n\chi$$

Portanto:

$$\int \prod_{x\in\mathbb{R}^4} d\chi(x) \prod_{y\in\mathbb{R}^4} \delta\left[-\partial^2\chi(y)\right] = \frac{1}{\mathrm{Det}(-\partial^2)}$$

que é o que queríamos demonstrar

Podemos então, a partir da identidade 154.4, obter uma outra, integrando sobre as condições de Gauge (com um peso gaussiano):

$$\underbrace{N(\alpha)}_{\text{garante a identidade}} \int \mathcal{D}c\; e^{-\frac{1}{2\alpha}\int d^4x\; c^2(x)} = 1$$

$$N(\alpha)\int \mathcal{D}c\; e^{-\frac{1}{2\alpha}\int d^4x\; c^2(x)}\, \mathrm{Det}(-\partial^2)\int \mathcal{D}\chi\; \delta\left[-\partial_\mu {}^{\chi}A_\mu + c(y)\right] = 1$$

$$\boxed{\int \mathcal{D}\chi\; N(\alpha)\, e^{-\frac{1}{2\alpha}\int d^4x\,(\partial_\mu {}^{\chi}A_\mu(x))^2}\, \mathrm{Det}(-\partial^2) = 1}$$

(eq. 155.1)

Podemos então inserir a identidade 155.1 dentro de qualquer integral de trajetória em A:

$$\int \mathcal{D}A\; e^{-S[A]}\mathcal{O}[A] = \int \mathcal{D}A\; e^{-S[A]}\mathcal{O}[A]\,\underline{\mathrm{Det}(-\partial^2)}\int \mathcal{D}\chi\; \underline{N(\alpha)}\; e^{-\frac{1}{2\alpha}\int d^4x\,(\partial_\mu {}^{\chi}A_\mu(x))^2}$$

Não depende de A. Este passo, aparentemente inofensivo, é onde está uma das grandes diferenças entre teorias abelianas e não abelianas. Para uma teoria não abeliana este $\mathrm{Det}[\delta G/\delta\chi]$ vai depender de A e não poderá ser tirado da integral de trajetória. Neste caso seríamos forçados a reescrevê-lo como uma integral de gaussiana, ou seja, mais um termo quadrático seria adicionado a ação. É dessa forma que nascem os fantasmas de Fadeev-Popov (quem estiver curioso pode olhar minhas notas de TQC II (2013), pgs 146-150 e as referências que indico lá)

$$\int \mathcal{D}A\; e^{-S[A]}\mathcal{O}[A] = \mathrm{Det}(-\partial^2)N(\alpha)\int \mathcal{D}\chi \int \mathcal{D}A\, e^{-S[A]-\frac{1}{2\alpha}\int d^4x\,(\partial_\mu {}^{\chi}A_\mu(x))^2}\,\mathcal{O}[A]$$

Fazemos uma mudança de variáveis em A: $A \longrightarrow A - \partial_\mu \chi$

$$\partial_\mu {}^{\chi}A_\mu \rightarrow \partial_\mu A_\mu$$

Já sabemos que a ação é invariante de Gauge, então: $S[A] \rightarrow S[A]$

e vamos assumir que *O[A]* também tenha esta propriedade (o que é obrigatório para qualquer observável: $\mathcal{O}[A] \longrightarrow \mathcal{O}[A]$

$$\boxed{\therefore \int \mathcal{D}A\, e^{-S[A]}\mathcal{O}[A] = \mathrm{Det}(-\partial^2)N(\alpha)\underbrace{\left(\int \mathcal{D}\chi\right)}\int \mathcal{D}A\, e^{-S[A]-\frac{1}{2\alpha}\int d^4x\,(\partial_\mu A_\mu(x))^2}\mathcal{O}[A]}$$

(eq. 156.1)

Não há mais nada dependendo de c, logo esta integral é só um número (infinito).

Esta é de fato a expressão que buscávamos, pois conseguimos fatorar a integração sobre o parâmetro de Gauge. Todos as constantes fora da integral em A são irrelevantes pois qualquer correlator vai ser obtido via:

$$\langle \mathcal{O}[A] \rangle = \frac{\int \mathcal{D}A\, \mathcal{O}(A)\, e^{-S[A]}\hat{1}}{\int \mathcal{D}A\, e^{-S[A]}\hat{1}} = \frac{\int \mathcal{D}A\, \mathcal{O}(A)\, e^{-S_{EFF}[A]}}{\int \mathcal{D}A\, e^{-S_{EFF}[A]}}$$

Onde:

$$\boxed{S_{EFF}[A] \equiv \frac{1}{2}F_{\mu\nu}^2 + \underbrace{\frac{1}{2\alpha}(\partial_\mu A_\mu)^2}_{S_{GF}\ \text{(Gauge Fixing)}}}$$

(eq. 156.2)

O propagador do Fóton:

Podemos agora usar a nova Lagrangeana para obter o propagador do fóton. Integrando por partes podemos escrever:

$$\boxed{\begin{aligned} S_{EFF} &= \int d^4x \left[-\frac{1}{2}A_\mu\left(\delta_{\mu\nu}\partial^2 - \partial_\mu\partial_\nu\right)A_\nu\right] \underbrace{-\frac{1}{2\alpha}A_\mu\partial_\mu\partial_\nu A_\nu}_{\text{parte nova}} = \\ &= \frac{1}{2}\int d^4x\, A_\mu(x)\underbrace{\left(-\delta_{\mu\nu}\partial^2 + \left(1-\frac{1}{\alpha}\right)\partial_\mu\partial_\nu\right)}_{(G^{(0)})^{-1}_{\mu\nu}(x)\ \text{(que agora é inversível)}}A_\nu(x)\end{aligned}}$$

(eq. 156.3)

$$S_{EFF} = \frac{1}{2}\int d^4x \int d^4k\, A_\mu(k)\, e^{ikx}\left(-\delta_{\mu\nu}\partial^2 + \left(1-\frac{1}{\alpha}\right)\partial_\mu\partial_\nu\right)\int d^4k'\, A_\nu(k')\, e^{ik'x} =$$