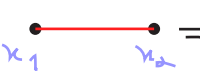


# Regras de Feynman

Segue uma coleção das regras de Feynman obtidas ao longo do curso, com a página onde foram deduzidas:

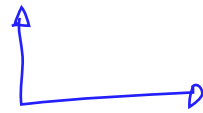
## Teoria escalar livre:

pg 58:



$$= D_F(x_1 - x_2)$$

(Espaço das posições, Mink.)  
(eq. 58.1)




$$D_F(x-y) \equiv \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{-i}{p^2 + m^2 - i\epsilon} e^{ip(x-y)}$$

(Minkowski) (eq. 46.1)

## Teoria escalar com potencial $\lambda\phi^4$


pg 62:

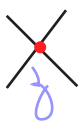


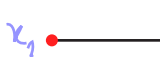
$$\equiv -i\lambda$$

(Espaço das posições, Mink.)  
(eq. 62.1)

Ainda na pg 62, obtemos um conjunto completo de regras, ainda que provisório, para obter funções de n-pontos nesta teoria (as regras são provisórias pois estamos no espaço das posições e ainda não definimos matriz S ou estados assintóticos, logo não se aplicam diretamente a um espalhamento físico):

(1) para cada propagador:  =  $D_F(x_1 - x_2)$  (Espaço das posições, Mink.)

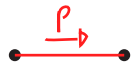
(2) para cada vértice:  =  $(-i\lambda) \int d^4 y$


(3) para cada ponto externo:  =  $\uparrow$  (isto é trivial aqui, mas não será assim na versão final das regras)

(4) divida tudo pelo fator de simetria

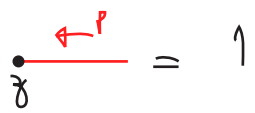
(eq. 62.2)

Na pg 65 obtemos o equivalente no espaço dos momentos (ainda sem uma discussão apropriada dos estados assintóticos, que foram tratados heurísticamente. Ainda são provisórias, pois falta decidir quais diagramas incluir, uma vez que não discutimos diagramas conectados ou não, e faltam fatores numéricos para que o resultado seja a matriz S):

(1) para cada propagador de momento p:  =  $D_F(p) = \frac{-i}{p^2 + m^2 - i\epsilon}$  (Espaço dos momentos, Mink.)

(2) para cada vértice:  =  $-i\lambda$


(eq. 65.1)

(3) para linha externa:  = 1

(4) imponha conservação de momento em cada vértice (re-escrevendo os momentos internos)

(5) integre sobre cada momento não determinado:  $\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}$

(6) divida pelo fator de simetria

(7) multiplique por:  $(2\pi)^4 \delta^4(\sum p_\alpha)$   → momentos externos

(Espaço dos momentos, Mink.)

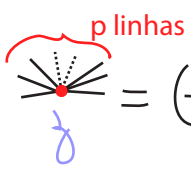
(eq. 65.1)

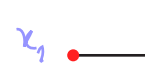
### Teoria escalar com potencial $\frac{\lambda_p}{p!} \phi^p$

Na pg 104 obtemos um resultado mais geral, usando integrais de trajetória (ainda sem definir matriz S ou estados assintóticos), agora no espaço Euclideano:

(1) para cada propagador:  =  $\Delta(x_1 - x_2)$

(Espaço das posições, Euclid.)

(2) para cada vértice:  =  $(-\lambda_p) \int d^4 y$

(3) para cada ponto externo:  = 1

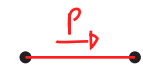
(4) divida tudo pelo fator de simetria

(eq. 104.1)


$$\Delta(x, y) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{e^{i p(x-y)}}{p^2 + m^2}$$

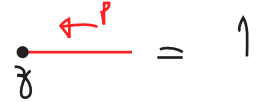
(Euclid.)  
(eq. 94.2)

No espaço dos momentos temos:

(1) para cada propagador de momento p:  =  $\Delta(p) = \frac{1}{p^2 + m^2}$

(Espaço dos momentos, Euclid.)


(2) para cada vértice:  =  $-\lambda_p$

(3) para linha externa:  = 1

(4) imponha conservação de momento em cada vértice (re-escrevendo os momentos internos)

(5) integre sobre cada momento não determinado:  $\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}$

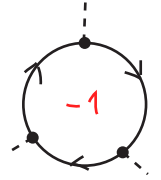
(6) divida pelo fator de simetria

(7) multiplique por:  $(2\pi)^4 \delta^4(\sum p_\alpha)$   → momentos externos

### Teoria fermiônica:

$$\begin{array}{c}
 \text{Espaço das posições, Euclid.} \\
 \psi_{\beta} \xrightarrow{\gamma_{\beta\alpha}} \psi_{\alpha} = S_F(x-y)_{\alpha\beta} = i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left( \frac{e^{i p \cdot (x-y)}}{-\not{p} + m} \right)_{\alpha\beta}
 \end{array}
 \quad (\text{eq. 128.1})$$

é preciso lembrar que cada loop fermiônico introduz um sinal negativo (e que os índices espinoriais no loop se contraem para produzir um traço (este aparece naturalmente simplesmente escrevendo os propagadores segundo definição acima):

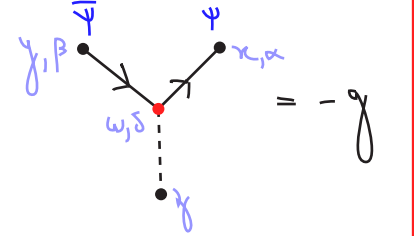


(multiplico por  $-1^L$ , onde  $L = \#$  loops fermiônicos)  
 (a contração dos índices espinoriais vai produzir um traço)

(Espaços de posição e momento, qquer métrica 4D)

(eq. 130.3)

...com interação de Yukawa com escalar real:  $\mathcal{L}_Y^{(EUCLID)} = g \bar{\Psi} \Psi \phi$



(Espaço das posições, Euclid.)

(eq. 130.2)

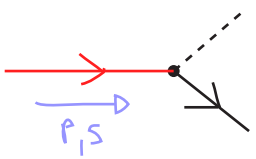
voltando para Minkowski temos:

$$\begin{array}{c}
 \text{Espaço dos momentos, Mink.} \\
 \psi \xrightarrow{p} \psi = -i \frac{-i \not{p} + m}{p^2 + m^2 - i\epsilon} \quad (\text{direção é importante}) \\
 \text{Vertex: } \psi \text{ and } \bar{\psi} \text{ meet at a vertex with scalar } \phi \text{ line.} = -ig \\
 \text{Loop: } \psi \text{ loop with scalar } \phi \text{ line.} = -i \frac{-i}{p^2 + M^2 - i\epsilon} \\
 \text{Loop sign: } \text{Diagram of a fermion loop with a red '-1' sign.}
 \end{array}$$

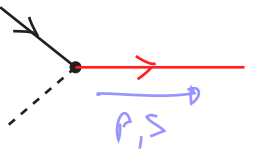
(multiplico por  $-1^L$ , onde  $L = \#$  loops fermiônicos)  
 (a contração dos índices espinoriais vai produzir um traço)

(eq. 131.2)

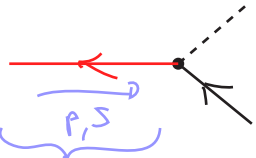
e para as linhas externas (pgs 131-132):



$= u^s(p)$

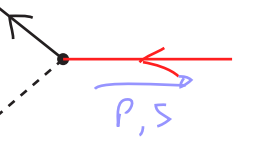


$= \bar{u}^s(p)$



$= \bar{v}^s(p)$

antipartícula

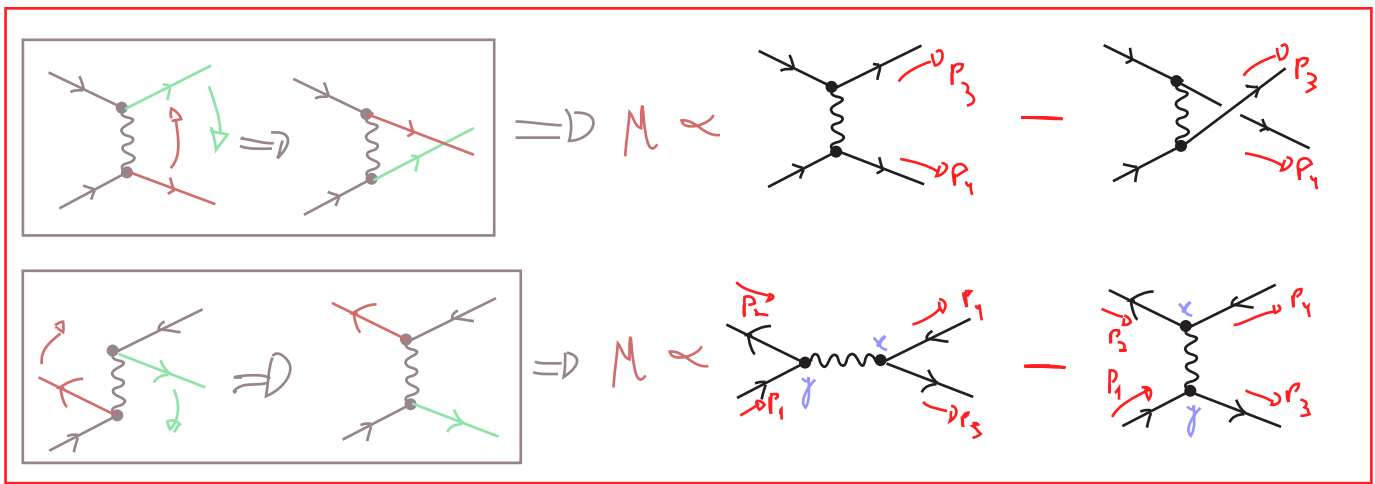


$= v^s(p)$

(Espaço dos momentos, Mink.)

(eq. 132.1)

Quando somando diagramas diferentes fermiônicos que contribuem para o mesmo processo temos que tomar cuidado com sinais relativos. Quando diagramas estiverem ligados por troca do ponto de inserção de linhas externas fermiônicas, haverá um sinal negativo (ver pg 194):



### Bósons de Gauge (Campos vetoriais sem massa)

o sentido do momento não importa (Euclid.)

$$\text{Diagram} = \frac{1}{k^2} \left( \delta_{\mu\nu} - (1-\alpha) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right)$$

índices de Lorentz (eq. 193.2 e 157.2)

o sentido do momento não importa (Mink.)

$$\text{Diagram} = -\frac{i}{k^2 - i\epsilon} \left( g_{\mu\nu} - (1-\alpha) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2 - i\epsilon} \right)$$

índices de Lorentz (eq. 193.5)

A escolha de  $\alpha$  fixa o Gauge,  $\alpha = 1$  é chamado Gauge de Feynman

(Mink.)

$$\text{Diagram} = \epsilon_\mu(\vec{p}) \quad \text{Diagram} = \epsilon_\mu^*(\vec{p})$$

(eq. 195.1)

### QED (Quantum Electrodynamics)

$$S_I = -i e \int d^4x \bar{\Psi}_\alpha (\gamma^\mu)_{\alpha\beta} A_\mu \Psi_\beta$$

(Euclid.)

$$\text{Diagram} = ie(\gamma^\mu)_{\alpha\beta}$$

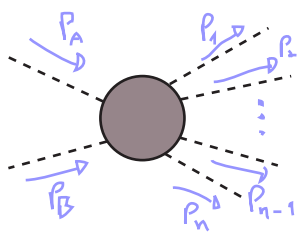
(eq. 193.3)

(Mink.)

$$\text{Diagram} = e(\gamma^\mu)_{\alpha\beta}$$

(eq. 193.6)

Obtendo sessões de choque



Expressão invariante de Lorentz para a sessão de choque total (espalhamento 2 → n):

$$\sigma = \frac{1}{4 \sqrt{(p_A \cdot p_B)^2 - m_A^2 m_B^2}} \left( \int \prod \frac{d^3 p_k}{(2\pi)^3} dE_k \right) |\mathcal{M}(p_A, p_B \rightarrow \{p_k\})|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_A + p_B - \sum p_k) \quad (\text{eq. 184.2})$$

\* Fator de fluxo invariante de Møller:

$$F = \sqrt{(p_A \cdot p_B)^2 - m_A^2 m_B^2} = E_A E_B |\vec{v}_A - \vec{v}_B| = E_A E_B \left| \frac{p_A^3}{E_A} - \frac{p_B^3}{E_B} \right|$$

$\vec{p}_A \parallel \vec{p}_B$  (referencial do centro de massa ou do laboratório)  $\leftarrow$  nesta direção

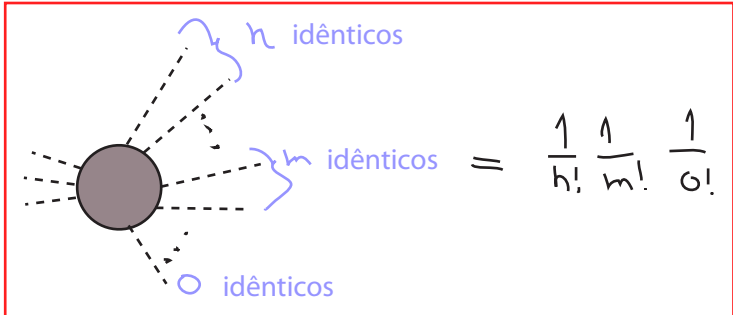
\* Obtido dos diagramas de Feynman via LSZ (pgs 180-181; 186-187; 190):

$$i \mathcal{M} (2\pi)^4 \delta^4(p_A + p_B - \sum p_k) = \left( \sum \text{diagramas conectados e amputados} \right) \times \left( \sqrt{z^1} \right)^{n+2} \quad (\text{eq. 190.1})$$

$z = 1$  a nível árvore

\* Esta integral exige cuidado caso tenhamos partículas idênticas nos estados finais, para evitar múltipla contagem de estados equivalentes. Ou integramos restringindo os momentos de forma a evitar configurações iguais ou integramos sem preocupação e no fim dividimos por n! (onde n é o número de partículas idênticas no estado final). Eu prefiro a segunda opção.

Regra adicional para estados finais idênticos



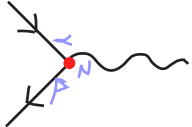
(este fator vai direto em  $\sigma$  total, depois de integrar sobre os momentos das partículas idênticas)

(pg 184.2)

Regras de Feynman da QED - obtendo  $\mathcal{M}$ 

- (1) desenhar todos os diagramas conectados e amputados que contribuem para o espalhamento
- (2) escreva as funções dos propagadores (somente as linhas internas), conforme eqs. 193.4 e 193.5

(3) para cada vértice:



$$= ie(\gamma^\mu)_{\alpha\beta}$$

(4) para as linhas externas: eqs 132.1 e 195.1 (com atenção do sinal relativo entre diagramas iguais sob a troca de ponto de inserção de linhas fermiônicas externas)

(5) imponha conservação de momento em cada vértice (re-escrevendo os momentos internos)

(6) integre sobre cada momento não determinado:  $\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}$

(7) divida pelo fator de simetria

(8) multiplique por (-1) para cada loop fermiônico

(9) rigorosamente deveríamos multiplicar por  $(2\pi)^4 \delta^4(\sum p_\alpha)$  mas como estamos procurando

$$i\mathcal{M} (2\pi)^4 \delta^4(\sum p_\alpha) = \left( \sum \text{diagramas conectados e amputados} \right) \times (\sqrt{Z'})^{n+2} \quad (\text{eq. 190.1})$$

basta dividir o resultado do passo (8) por  $i$  para obter  $\mathcal{M}$  (veremos o que fazer com  $Z$  em TQCII, mas a nível árvore  $Z = 1$ )

(195.2)

Conhecendo o elemento de matriz, podemos usá-lo no cálculo da seção de choque, lembrando que na integração sobre os momentos finais é possível **haver uma dupla contagem no caso de partículas idênticas nos estados finais** (que nada tem a ver com os fatores de simetria levados em conta nas regras de Feynman)