

(I) Duas ou mais partículas iniciais se aproximam da região de espalhamento a partir de distâncias que podem ser consideradas bem grandes se comparadas com a "região de interação". Estas partículas se movem em linhas retas e são livres (no sentido em que não interagem entre si - pode haver um campo externo que guia sua trajetória, mas ele é tratado classicamente e modifica a geodésica seguida pela partícula).

(II) Ocorre um choque/espalhamento praticamente instantâneo e pontual, no sentido quântico: o tamanho da região de interação e o tempo de duração da mesma estão protegidos pelo princípio da incerteza: não temos como determinar com exatidão aonde nem quando ela aconteceu.

(III) Um número n de partículas deixa a pequena região de interação. Podem ser as mesmas que entraram (no caso de um choque elástico) ou em número e tipo diferente (no caso inelástico). Estas estão novamente livres (no mesmo sentido do momento I) e se movem por uma distância grande antes de chegar aos detectores, onde são medidas (o que é uma nova interação, completamente independente da anterior).

O quadro de interação, por um lado, faz a evolução dos operadores acontecer segundo a Hamiltoniana livre, o que nos permitirá explorar o fato de o sistema é assintoticamente livre no início e no fim do espalhamento. Além disso a parte de interação do Hamiltoniano depende do tempo, o que nos permitirá restringir sua duração.

Uma expressão que deixa bem clara a utilidade do quadro é a 52.1:

$$|\Omega\rangle = \lim_{T \rightarrow \infty (1-\lambda \epsilon)} \frac{U_I(t_0, -T) |0\rangle}{e^{-iE_0(T+t_0)} \langle \Omega | 0 \rangle}$$

Vemos que (a menos de um fator de normalização) o vácuo interagente da teoria é criado a partir do vácuo livre pelo operador de evolução no quadro de interação. Este operador é entre um ponto infinito no passado e t_0 , o que só quer dizer um tempo grande se comparado com o tempo de interação.

Ainda falta entender como podemos relacionar as grandezas observáveis (energia, momento, cargas, polarizações) destas partículas incidentes e espalhadas com as funções de n -pontos, o que faremos (muito) mais adiante. Por enquanto nos contentaremos em obter as funções de dois pontos da teoria, que já vimos servir para determinar os propagadores. Primeiro notemos que:

$$\phi(x) = \phi(t, \vec{x}) = \phi_H(t, \vec{x}) \quad (\text{definimos nossos operadores de campo no quadro de Heisenberg})$$

$$\phi_H(t, \vec{x}) = e^{iH(t-t_0)} \phi(t_0, \vec{x}) e^{-iH(t-t_0)}$$

$$\phi_I(t, \vec{x}) = e^{iH_0(t-t_0)} \phi(t_0, \vec{x}) e^{-iH_0(t-t_0)} =$$

$$= \underbrace{e^{iH_0(t-t_0)} e^{-iH(t-t_0)}}_{U_I(t, t_0)} \phi_H(x) \underbrace{e^{+iH(t-t_0)} e^{-iH_0(t-t_0)}}_{U_I^+(t, t_0)} \quad 50.2$$

$$\phi_H(x) = U_I^+(t, t_0) \phi_I(x) U_I(t, t_0) \quad (\text{eq. 53.1})$$

Podemos então escrever a função de dois pontos:

$$\langle \Omega | \phi(x) \phi(y) | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-\lambda\epsilon)} \frac{\langle 0 | U_{\text{I}}(T, t_0) U_{\text{I}}^{\dagger}(x^0, t_0) \phi_{\text{I}}(x) U_{\text{I}}(x^0, t_0) \times$$

$$\times U_{\text{I}}^{\dagger}(y^0, t_0) \phi_{\text{I}}(y) U_{\text{I}}(y^0, t_0) \frac{U_{\text{I}}(t_0, -T) | 0 \rangle}{e^{-iE_0(T+t_0)} \langle \Omega | 0 \rangle} =$$

$$U_{\text{I}}^{\dagger}(t_1, t_2) = e^{-iH_0(t_1-t_2)} e^{iH(t_1, -t_2)} = U_{\text{I}}(t_2, t_1)$$

$$U_{\text{I}}(t_1, t') U_{\text{I}}(t', t_2) = U_{\text{I}}(t_1, t_2)$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty(1-\lambda\epsilon)} \frac{1}{e^{-i\lambda E_0 T} |\langle \Omega | 0 \rangle|^2} \langle 0 | U_{\text{I}}(T, x^0) \phi_{\text{I}}(x) U_{\text{I}}(x^0, y^0) \phi_{\text{I}}(y) U_{\text{I}}(y^0, -T) | 0 \rangle$$

(eq. 54.1)

Por outro lado, sabemos que:

$$1 = \langle \Omega | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-\lambda\epsilon)} \frac{\langle 0 | U_{\text{I}}(T, t_0) \overbrace{U_{\text{I}}(T, -T)} U_{\text{I}}(t_0, -T) | 0 \rangle}{e^{-i\lambda E_0 T} |\langle \Omega | 0 \rangle|^2}$$

Podemos dividir 54.1 por esta unidade, obtendo:

$$\langle \Omega | \phi(x) \phi(y) | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-\lambda\epsilon)} \frac{\langle 0 | U_{\text{I}}(T, x^0) \phi_{\text{I}}(x) U_{\text{I}}(x^0, y^0) \phi_{\text{I}}(y) U_{\text{I}}(y^0, -T) | 0 \rangle}{\langle 0 | U_{\text{I}}(T, -T) | 0 \rangle}$$

(eq. 54.2)

Note que, para $x^0 > y^0$, ambos os lados da equação estão temporalmente ordenados. Poderíamos ter também calculado:

$$\langle \Omega | \phi(y) \phi(x) | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-\lambda\epsilon)} \frac{\langle 0 | U_{\text{I}}(T, y^0) \phi_{\text{I}}(y) U_{\text{I}}(y^0, x^0) \phi_{\text{I}}(x) U_{\text{I}}(x^0, -T) | 0 \rangle}{\langle 0 | U_{\text{I}}(T, -T) | 0 \rangle}$$

E esta estaria ordenada para $y^0 > x^0$. De forma que podemos escrever:

$$\langle \Omega | T \{ \phi(y) \phi(x) \} | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-\lambda\epsilon)} \frac{\langle 0 | T \{ U_{\text{I}}(T, y^0) \phi_{\text{I}}(y) U_{\text{I}}(y^0, x^0) \phi_{\text{I}}(x) U_{\text{I}}(x^0, -T) \} | 0 \rangle}{\langle 0 | U_{\text{I}}(T, -T) | 0 \rangle}$$

dentro do produto T podemos comutar a vontade

$$= \lim_{T \rightarrow \infty(1-\lambda\epsilon)} \frac{\langle 0 | T \{ \phi_{\text{I}}(y) \phi_{\text{I}}(x) U_{\text{I}}(T, -T) \} | 0 \rangle}{\langle 0 | U_{\text{I}}(T, -T) | 0 \rangle}$$

$$\langle \Omega | T \{ \phi(y) \phi(x) \} | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-\lambda\epsilon)} \frac{\langle 0 | T \{ \phi_{\text{I}}(y) \phi_{\text{I}}(x) \text{Exp}[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{I}}(t)] \} | 0 \rangle}{\langle 0 | T \{ \text{Exp}[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{I}}(t)] \} | 0 \rangle}$$

Esta expressão é trivialmente generalizada para um número arbitrário de operadores:

$$\langle \Omega | T \{ \mathcal{O}_H(x_1) \dots \mathcal{O}_H(x_n) \} | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \frac{\langle 0 | T \{ \mathcal{O}_I(x_1) \dots \mathcal{O}_I(x_n) \text{Exp} \left[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{int}}(t) \right] \} | 0 \rangle}{\langle 0 | T \{ \text{Exp} \left[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{int}}(t) \right] \} | 0 \rangle}$$

(eq. 55.1)

Teorema de Wick

Na prática, obter $\langle \Omega | T \{ \mathcal{O}_H(x_1) \dots \mathcal{O}_H(x_n) \} | \Omega \rangle$ envolve calcular:

$$\langle 0 | T \{ \mathcal{O}_I(x_1) \dots \mathcal{O}_I(x_n) \left(\int_{-T}^T dt H_{\text{int}}(t) \right)^m \} | 0 \rangle$$

→ pode parecer que teremos que calcular infinitos elementos deste tipo, para todos n's. Isto é verdade para o resultado exato. Mas veremos que, em teoria de perturbação, poderemos truncar a expansão da exponencial

Como tanto os operadores $\mathcal{O}_I(x)$ quanto o Hamiltoniano de interação são produtos de campos, este problema se reduz a calcular elementos de matriz do tipo:

$$\langle 0 | T \{ \phi_I(x_1) \dots \phi_I(x_n) \} | 0 \rangle$$

Para isto faremos a divisão do operador de campo:

$$\phi_I = \phi_I^+(x) + \phi_I^-(x) \quad \left\{ \begin{array}{l} \phi_I^+(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_{\vec{p}} e^{i p x} \\ \phi_I^-(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_{\vec{p}}^\dagger e^{-i p x} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} x^0 = t - t_0 \\ p^0 = E_p \\ x^0 = t - t_0 \\ p^0 = E_p \end{array} \right.$$

(eq. 55.2)

pg 53

$$\phi_I(x) = e^{i H_0(t-t_0)} \phi(t_0, \vec{x}) e^{-i H_0(t-t_0)}$$

$$\phi_I(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} (a_{\vec{p}} e^{i p x} + a_{\vec{p}}^\dagger e^{-i p x})$$

$$e^{i H_0(t-t_0)} \hat{a}_{\vec{p}} e^{-i H_0(t-t_0)} = \hat{a}_{\vec{p}} e^{-i E_p(t-t_0)}$$

$$e^{i H_0(t-t_0)} \hat{a}_{\vec{p}}^\dagger e^{-i H_0(t-t_0)} = \hat{a}_{\vec{p}}^\dagger e^{+i E_p(t-t_0)}$$

De forma que:

$$\phi_I^+ | 0 \rangle = 0 = \langle 0 | \phi_I^-$$

(eq. 55.3)

Definiremos também uma nova notação para o produto normal: $:\mathcal{O}_1 \dots \mathcal{O}_n: \equiv N[\mathcal{O}_1 \dots \mathcal{O}_n]$

Imagine que $x^0 > y^0$

$$T \{ \phi_I(x) \phi_I(y) \} = \phi_I^+(x) \phi_I^+(y) + \phi_I^-(x) \phi_I^-(y) + \phi_I^+(x) \phi_I^-(y) + \phi_I^-(x) \phi_I^+(y) =$$

$$= \underbrace{\phi_{\mathbb{I}}^+(x)\phi_{\mathbb{I}}^+(y) + \phi_{\mathbb{I}}^-(x)\phi_{\mathbb{I}}^-(y)}_{\text{estão normal. ordenados}} + [\phi_{\mathbb{I}}^+(x), \phi_{\mathbb{I}}^-(y)] + \underbrace{\phi_{\mathbb{I}}^-(y)\phi_{\mathbb{I}}^+(x) + \phi_{\mathbb{I}}^-(x)\phi_{\mathbb{I}}^+(y)}_{\text{estão normal. ordenados}} =$$

$$\mathcal{T}\{\phi_{\mathbb{I}}(x)\phi_{\mathbb{I}}(y)\} = \mathcal{N}[\phi_{\mathbb{I}}(x)\phi_{\mathbb{I}}(y)] + [\phi_{\mathbb{I}}^+(x), \phi_{\mathbb{I}}^-(y)] \quad x^0 > y^0 \quad (\text{eq. 56.1})$$

Poderia ter feito o mesmo para $y^0 > x^0$ e obteríamos:

$$\mathcal{T}\{\phi_{\mathbb{I}}(x)\phi_{\mathbb{I}}(y)\} = \mathcal{N}[\phi_{\mathbb{I}}(x)\phi_{\mathbb{I}}(y)] + [\phi_{\mathbb{I}}^+(y), \phi_{\mathbb{I}}^-(x)] \quad y^0 > x^0 \quad (\text{eq. 56.2})$$

SIMÉTRICO

Definimos a **contração**:

$$\overbrace{\phi_{\mathbb{I}}(x)\phi_{\mathbb{I}}(y)} \equiv \begin{cases} [\phi_{\mathbb{I}}^+(x), \phi_{\mathbb{I}}^-(y)] & x^0 > y^0 \\ [\phi_{\mathbb{I}}^+(y), \phi_{\mathbb{I}}^-(x)] & y^0 > x^0 \end{cases} \quad (\text{eq. 56.3})$$

Notem que como o comutador é um número, podemos fazer:

$$[\phi_{\mathbb{I}}^+(x), \phi_{\mathbb{I}}^-(y)] \langle 0|0 \rangle = \langle 0| \phi_{\mathbb{I}}^+ \phi_{\mathbb{I}}^- - \phi_{\mathbb{I}}^- \phi_{\mathbb{I}}^+ |0 \rangle = \langle 0| \phi_{\mathbb{I}}^+ \phi_{\mathbb{I}}^- |0 \rangle = D(x-y)$$

$$[\phi_{\mathbb{I}}^+(x), \phi_{\mathbb{I}}^-(y)] = D(y-x)$$

Isso quer dizer que (pg 47):

$$\overbrace{\phi_{\mathbb{I}}(x)\phi_{\mathbb{I}}(y)} = D_F(x-y) \quad (\text{eq. 56.4})$$

Pelo mesmo motivo posso incluí-lo no ordenamento normal:

$$\mathcal{T}\{\phi_{\mathbb{I}}(x)\phi_{\mathbb{I}}(y)\} = \mathcal{N}[\phi_{\mathbb{I}}(x)\phi_{\mathbb{I}}(y) + \overbrace{\phi_{\mathbb{I}}(x)\phi_{\mathbb{I}}(y)}] \quad (\text{eq. 56.5})$$

A generalização desta relação para um número m de campos é chamada de **Teorema de Wick** e é dada por:

$$\mathcal{T}\{\phi_{\mathbb{I}}(x_1) \dots \phi_{\mathbb{I}}(x_m)\} = \mathcal{N}[\phi_{\mathbb{I}}(x_1) \dots \phi_{\mathbb{I}}(x_m) + \text{todas as contrações possíveis}]$$

Veja que "todas contrações possíveis" inclui contrações parciais:

$$T\{\underbrace{\phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4}_{\phi_{\pm}(x_i)}\} = + \dots + N[\underbrace{\phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4}_{\mathcal{D}_F(x_1-x_3) N[\phi_2 \phi_4]}] + \dots + N[\underbrace{\phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4}_{\mathcal{D}_F(x_1-x_3) \mathcal{D}_F(x_2-x_4)}]$$

Em que o teorema de Wick nos ajuda? Note que o que queremos calcular é:

$$\langle 0 | T\{\phi_1 \dots \phi_n\} | 0 \rangle = \langle 0 | N[\phi_1 \dots \phi_n + \text{CONTRAÇÕES}] | 0 \rangle$$

Neste caso, qualquer produto normal que sobre depois da aplicação do teorema dá zero. Ex:

$$\begin{aligned} \langle 0 | N[\phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4] | 0 \rangle &= 0 \\ \langle 0 | \mathcal{D}_F(x_1-x_3) N[\phi_2 \phi_4] | 0 \rangle &= \mathcal{D}_F(x_1-x_3) \langle 0 | N[\phi_2 \phi_4] | 0 \rangle = 0 \\ \langle 0 | 0 \rangle \mathcal{D}_F(x_1-x_3) \mathcal{D}_F(x_2-x_4) &\neq 0 \end{aligned}$$

$$\langle 0 | T\{\phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4\} | 0 \rangle = \mathcal{D}_F(x_1-x_2) \mathcal{D}_F(x_3-x_4) + \mathcal{D}_F(x_1-x_3) \mathcal{D}_F(x_2-x_4) + \mathcal{D}_F(x_1-x_4) \mathcal{D}_F(x_2-x_3)$$

A prova do teorema de Wick é feita por indução. Nós provamos o caso com dois campos, é possível provar o para 3 campos usando o de 2 campos, e então o passo n sabendo que o n-1 vale. Isto está na lista de exercícios.



Regras de Feynman para $\lambda\phi^4$

(Nastase 6; Peskin 4.4)

Voltemos agora para a eq. 55.1:

$$\langle \Omega | T\{\phi(x_1) \dots \phi(x_n)\} | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \frac{1}{N} \langle 0 | T\{\phi_{\pm}(x_1) \dots \phi_{\pm}(x_n) \text{Exp}[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{int}}(t)]\} | 0 \rangle$$

denominador no lado direito de 55.1

E vamos assumir que $\langle H_1 \rangle$ é (em todos os sentidos) pequeno.

$$\begin{aligned} \hookrightarrow \hat{H}_1 = \lambda \hat{\mathcal{O}}(\phi) \Rightarrow \langle \hat{H}_1 \rangle &= \lambda \langle \hat{\mathcal{O}}(\phi) \rangle \Rightarrow \langle \hat{H}_1^2 \rangle \ll \langle \hat{H}_1 \rangle \ll \langle \hat{1} \rangle \\ \hookrightarrow \lambda \sim 0 \quad \langle \hat{H}_1^2 \rangle &= \lambda^2 \langle \hat{\mathcal{O}}(\phi)^2 \rangle \quad \langle \phi_1 \dots \phi_n \hat{H}_1^2 \rangle \ll \langle \phi_1 \dots \phi_n \hat{H}_1 \rangle \ll \langle \phi_1 \dots \phi_n \rangle \end{aligned}$$

Neste caso podemos calcular o produto temporalmente ordenado em uma **aproximação perturbativa**, expandindo as exponenciais em H_1 , e tomando tantos termos quantos necessários (dependendo da precisão necessária):

$$\langle \Omega | T\{\phi(x_1) \dots \phi(x_n)\} | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \frac{1}{N} \left\{ \langle 0 | T\{\phi_{\pm}(x_1) \dots \phi_{\pm}(x_n)\} | 0 \rangle + \dots \right\}$$

$$+ \langle 0 | T \{ \underbrace{\phi_I(x_1) \dots \phi_I(x_n)}_{\mathcal{O}(\lambda)} \underbrace{\left(-i \int_{-T}^T dt H_{int}(t) \right)}_{\text{"inserções de } H_{int}} \} | 0 \rangle + \langle 0 | T \{ \underbrace{\phi_I(x_1) \dots \phi_I(x_n)}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} \underbrace{\left(-i \int_{-T}^T dt H_{int}(t) \right)^2}_{\text{"inserções de } H_{int}} \} | 0 \rangle + \dots$$

Analisando o produto de quatro campos: $\langle \Omega | T \{ \phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4 \} | \Omega \rangle$

$$\phi_i = \phi_I(x_i)$$

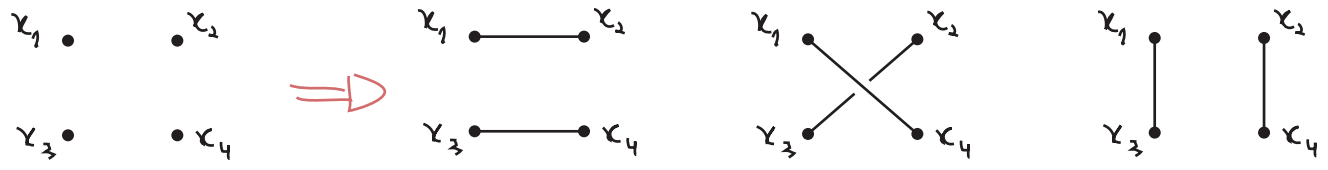
temos em ordem 0 de perturbação (que de fato é a teoria livre):

$\mathcal{O}(\lambda^0)$

$$\langle 0 | T \{ \phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4 \} | 0 \rangle = D_F(x_1 - x_2) D_F(x_3 - x_4) + D_F(x_1 - x_3) D_F(x_2 - x_4) + D_F(x_1 - x_4) D_F(x_2 - x_3) + \dots$$

Wick ↗

Este tipo de lógica combinatória imposta pelo teorema de Wick pode ser enormemente agilizada e sistematizada usando um recurso gráfico que ganhou o nome de **Diagramas de Feynman**. No caso simples acima (onde o ganho de usar grafos não é evidente, mas avançaremos rapidamente para casos mais complicados, onde o ganho é enorme), temos quatro pontos no espaço-tempo e os conectamos de todas as formas possíveis:



$x_1 \text{ --- } x_2 \equiv D_F(x_1 - x_2)$

Propagador
(eq. 58.1)

Lembrando também que podemos interpretar $\phi(x_1)|0\rangle$ como a criação de uma partícula em x_1 e $\langle 0|\phi(x_2)$ como a aniquilação de uma partícula em x_2 , e que o propagador de Feynman dá conta de todas as possibilidades de ordenamentos temporais, é comum "ler" o diagrama do propagador com esta imagem física em mente: a partícula foi criada em x_1 (x_2) e aniquilada em x_2 (x_1) (ela não é perfeita, no entanto, como veremos mais adiante).

Considere agora o produto de dois campos: $\langle \Omega | T \{ \phi_1 \phi_2 \} | \Omega \rangle$

o primeiro termo é trivial:

$\mathcal{O}(\lambda^0)$

$$\langle 0 | T \{ \phi_1 \phi_2 \} | 0 \rangle = x_1 \text{ --- } x_2$$

e o segundo (primeira correção perturbativa) é dado por:

$\mathcal{O}(\lambda^1)$

$$\langle 0 | T \{ \phi_1 \phi_2 \left(-i \int dt H_{int}(t) \right) \} | 0 \rangle$$

$$H_{int}(t) = \int d^3x \mathcal{H}_1(x)$$

Tomemos uma interação específica, conhecida com **Teoria $\lambda\phi^4$** : $\mathcal{H}_1 = \frac{\lambda}{4!} \phi^4$

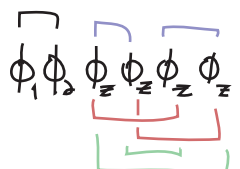
$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \partial_\nu \phi \partial^\nu \phi - \frac{m^2 \phi^2}{2} - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \iff \mathcal{L} = \mathcal{L}(\chi)$$

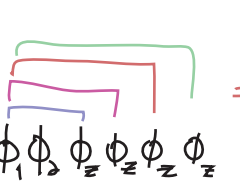
$$\int dt H_{I, \mathbb{R}} = \int dt \int d^3 z \mathcal{H}_{I, \mathbb{R}}(z) = \int d^4 z \frac{\lambda}{4!} \phi_{\mathbb{R}}(z) \phi_{\mathbb{R}}(z) \phi_{\mathbb{R}}(z) \phi_{\mathbb{R}}(z) \leftarrow \text{ todos no mesmo ponto}$$

$$\langle 0 | T \{ \phi_1 \phi_2 (-i \int dt H_{I, \mathbb{R}}(t)) \} | 0 \rangle = -\frac{i\lambda}{4!} \int d^4 z \langle 0 | T \{ \phi_1 \phi_2 \phi_z \phi_z \phi_z \phi_z \} | 0 \rangle$$

Temos que fazer todas as contrações possíveis destes 6 campos, e dividimos isto em dois casos:

- (1) contraímos $\phi(x_1)$ com $\phi(x_2)$ e os $\phi(z)$ só entre si.
- (2) contraímos $\phi(x_1)$ com um dos $\phi(z)$ e $\phi(x_2)$ com outro (os dois $\phi(z)$ que restam são contraídos entre si).

(1) \Rightarrow  $\Rightarrow 3 \left(-\frac{i\lambda}{4!} \right) D_F(x_1 - x_2) \int d^4 z D_F(z - z) D_F(z - z)$
 as 3 formas de contrair os $\phi(z)$ dão o mesmo resultado (mas eu devo somar sobre elas)

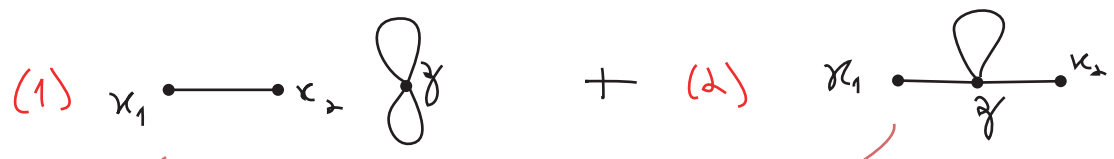
(2) \Rightarrow  \Rightarrow quatro formas de contrair $\phi(x_1)$, e uma vez feito isto, temos três formas de contrair $\phi(x_2)$ e nenhuma ambiguidade nos $\phi(z)$ que restam

$$\therefore 4 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{i\lambda}{4!} \right) \int d^4 z D_F(x_1 - z) D_F(x_2 - z) D_F(z - z)$$

$$\langle 0 | T \{ \phi_1 \phi_2 (-i \int dt H_{I, \mathbb{R}}(t)) \} | 0 \rangle = 3 \left(-\frac{i\lambda}{4!} \right) D_F(x_1 - x_2) \int d^4 z D_F(z - z) D_F(z - z) + 12 \left(-\frac{i\lambda}{4!} \right) \int d^4 z D_F(x_1 - z) D_F(x_2 - z) D_F(z - z) \quad (\text{eq. 59.1})$$

A versão diagramática seria:

$x_1 \cdot x_2 \cdot z \cdot z \Rightarrow$ lembrando que temos 4 campos em z logo 4 linhas devem sair/entrar ali



$\leftarrow 3 \left(-\frac{i\lambda}{4!} \right) D_F(x_1 - x_2) \int d^4 z D_F(z - z) D_F(z - z)$ \leftarrow a resposta não é função de z
 $\leftarrow 12 \left(-\frac{i\lambda}{4!} \right) \int d^4 z D_F(x_1 - z) D_F(x_2 - z) D_F(z - z)$
 \leftarrow como advinho estes fatores!?