

mente pois tratamos os estados iniciais e finais com mais detalhe (ainda que de forma heurística), como ondas planas. O jeito formal de obtê-las seria usando a fórmula de LSZ (eq. 74.3), que para este caso seria:

$$\begin{aligned} \langle \sum_{\text{out}} p_2 | p_1 \rangle_{\text{in}} &= \lim_{\substack{p_1 \rightarrow m^2 \\ p_2 \rightarrow m^2}} \left\{ \frac{1}{(\sqrt{Z})^2} \cancel{(p_1^2 - m^2 + i\epsilon)} \cancel{(p_2^2 - m^2 + i\epsilon)} \times \right. \\ &\times \left. \frac{\lambda^2}{3!} \underbrace{\Delta(p_1)}_{\frac{iZ}{p_1^2 - m^2 + i\epsilon}} \underbrace{\Delta(p_2)}_{\frac{iZ}{p_2^2 - m^2 + i\epsilon}} (2\pi)^4 \delta^4(p_2 - p_1) \int \frac{d^d p_6}{(2\pi)^d} \int \frac{d^d p_7}{(2\pi)^d} \Delta(p_1 - p_6 - p_7) \Delta(p_6) \Delta(p_7) \right\} \\ \langle \sum_{\text{out}} p_2 | p_1 \rangle_{\text{in}} &= Z \frac{\lambda^2}{3!} (2\pi)^4 \delta^4(p_2 - p_1) \int \frac{d^d p_6}{(2\pi)^d} \int \frac{d^d p_7}{(2\pi)^d} \Delta(p_1 - p_6 - p_7) \Delta(p_6) \Delta(p_7) \end{aligned}$$

Que é o mesmo que obteríamos com as regras em 98.1, a menos de um fator $(\sqrt{Z})^n$, onde n é o número de linhas externas.

Note que isto não acontece somente neste exemplo de 2 pontos. Essencialmente o que a fórmula de LSZ faz é remover as singularidades que a função tinha por conta das linhas externas (as singularidades nas linhas internas são contornáveis pois os momentos destas estão integrados). Lembrando que $Z = 1$ em primeira ordem de perturbação, podemos usar as regras de 98.1 diretamente para elementos da matriz S nesta ordem. Lembrando ainda que (pg 76):

$$\langle \sum_{\text{out}} p_i | \{k_i\} \rangle_{\text{in}} = i \mathcal{M} (2\pi)^4 \delta^4(\sum k_i - \sum p_i)$$

Podemos esquecer a regra 7 de 98.1 para obter **regras de Feynman diretamente para $i\mathcal{M}$**

No exemplo acima:

$$i\mathcal{M} = Z \frac{\lambda^2}{3!} \int \frac{d^d p_6}{(2\pi)^d} \int \frac{d^d p_7}{(2\pi)^d} \Delta(p_1 - p_6 - p_7) \Delta(p_6) \Delta(p_7)$$

Com isso temos um conjunto de regras completo, mas cabem alguns comentários para amarrar as pontas soltas. Primeiramente note que, na eq. 88.1, estamos dizendo que todos estes correlatores serão calculados para:

$$T \rightarrow \infty (1 - i\epsilon)$$

(eq. 88.1)

$$\lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \frac{\langle 0 | T \{ \prod_I \psi(x_i) \dots \prod_I \bar{\psi}(x_n) \text{Exp}[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{int}}(t)] \} | 0 \rangle}{\langle 0 | T \{ \text{Exp}[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{int}}(t)] \} | 0 \rangle}$$

Isto significa que todas as integrais dos vértices não vão ser simples integrais em d^4z , mas sim:

$$\lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \int_{-T}^T d^3z \int d^3z' e^{i(p_1 + \dots + p_n)z} \propto \lim_{T \rightarrow \infty} \left[e^{i(p_1 + \dots + p_n)^\circ (T - \lambda \epsilon T)} - e^{i(p_1 + \dots + p_n)^\circ (-T + \lambda \epsilon T)} \right]$$

$$\propto \lim_{T \rightarrow \infty} \left(e^{+\epsilon(p_1 + \dots + p_n)^\circ T} - e^{-\epsilon(p_1 + \dots + p_n)^\circ T} \right)$$

Uma destas exponenciais explode (qual delas depende do sinal de q^0)

Para resolver isto podemos impor que q^0 tenha uma parte imaginária (também pequena e proporcional a ϵ) porque então:

$$q^0 \rightarrow q^0(1+i\epsilon) \Rightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} e^{i q^0 (\pm T \mp \lambda \epsilon T)} \rightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \text{Exp} \left[\pm i q^0 T (1 + \epsilon^2) \right]$$

oscilatória

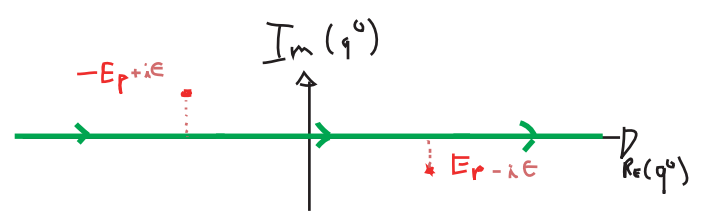
note que inverter este sinal estragaria tudo

De fato isto é totalmente consistente com o que já vínhamos fazendo, pense de onde vêm estas exponenciais dentro das integrais dos vértices:

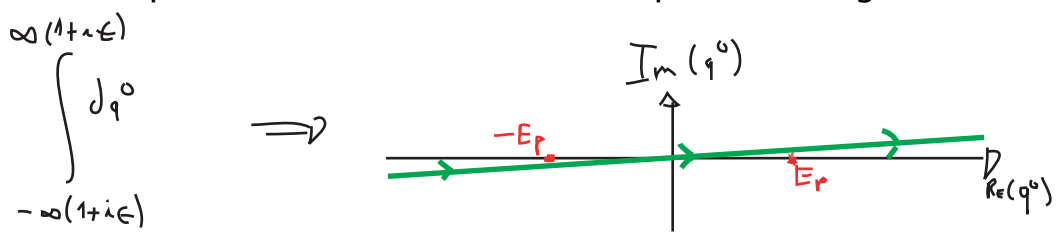
- (1) De linha externas (veja eqs. 97.1 e 97.2): neste caso não há restrição alguma sobre os momentos e podemos tomá-los imaginários e, depois de integrar, tomar o limite $\epsilon \rightarrow 0$
- (2) Dos propagadores de Feynman (veja, por exemplo, a expressão do diagrama na segunda metade da pg 97). Neste caso devemos lembrar que o propagador no espaço dos momentos é:

$$D_F(q) = \frac{i}{q^2 - m^2 + i\epsilon}$$

e que q^0 está sendo integrado no caminho (pg 67):



acontece que isto é exatamente o mesmo que fazer o seguinte caminho:



o que dá para q^0 exatamente a parte imaginária de que precisávamos. Isto mostra que o aparecimen-

to dos propagadores de Feynman no teorema de Wick não é uma coincidência, mas está intrinsecamente ligado ao limite que tomamos no tempo para poder projetar o vácuo livre da teoria no vácuo da teoria completa na página 85. Aqui podemos finalmente entender porque escolhemos, na definição do propgador de Feynman (eq 67.1), os polos E_p e $-E_p$ respectivamente abaixo e acima do eixo real, a escolha contrária geraria divergências aqui.

Ignoramos outros dois pontos importantes, um deles está relacionado a "bolhas no vácuo". Considere os dois dos diagramas de ordem λ^2 para a função de dois pontos no fim da página 95:

(A)

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{4} \int d^4y_1 d^4y_2 D_F(x_1 - y_1) D_F(y_1 - x_2) D_F^2(y_1 - y_2) D_F(y_2 - y_2)$$

(B)

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{16} \int d^4y_1 d^4y_2 D_F(x_1 - y_1) D_F(y_1 - x_2) D_F(y_1 - y_2) D_F^2(y_2 - y_2)$$

(A)

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{4} \int d^4y_1 d^4y_2 e^{-i y_1 p_1} e^{+i y_1 p_2} \int \frac{d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^{12}} D_F(k_1) D_F(k_2) D_F(k_3) e^{i k_1 (y_1 - y_2)} e^{i k_2 (y_1 - y_2)} =$$

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{4} \int \frac{d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^4} \delta^4(-p_1 + p_2 + k_1 + k_2) \delta^4(k_1 + k_2) D_F(k_1) D_F(k_2) D_F(k_3) =$$

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{4} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} D_F(k) D_F(-k) \int \frac{d^4k_3}{(2\pi)^4} D_F(k_3)$$

(B)

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{16} \int d^4y_1 d^4y_2 e^{-i y_1 p_1} e^{+i y_1 p_2} \int \frac{d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^{12}} D_F(k_1) D_F(k_2) D_F(k_3) e^{i k_1 \cdot 0} e^{i k_2 \cdot 0} e^{i k_3 \cdot 0} =$$

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{16} \int \frac{d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^8} \delta^4(-p_1 + p_2) D_F(k_1) D_F(k_2) D_F(k_3) \underbrace{\int d^4y_2}_{(2T) \cdot V = \infty}$$

$(2\pi)^4 \delta(0)$

Isto sempre vai acontecer com diagramas desconectados de linhas externas (as tais bolhas no vácuo):

$$\sim \int d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3 \delta^4(k_2+k_3) \delta^4(k_2+k_3) \mathcal{D}_F(k_1) \mathcal{D}_F(k_2) \mathcal{D}_F(k_3) \mathcal{D}_F(k_1)$$

$$\int d^4k_3 \delta^4(0) \mathcal{D}_F(k_2) \mathcal{D}_F(-k_2)$$

O outro detalhe que ignoramos foi o denominador de 88.1:

$$\langle 0 | T \left\{ \text{Exp} \left[-i \int_T dt H_{\text{int}}(t) \right] \right\} | 0 \rangle$$

Que de fato só contém bolhas (note que ele não depende de nenhum dos pontos externos, que vão todos no numerador). Para ver como os dois problemas se resolvem, basta notar que podemos separar as bolhas da parte **conectada a linhas externas** do diagrama:

$$\left(\text{Diagram: tadpole with bubble} \right) = \left(\text{Diagram: line with bubble} \right) \left(\text{Diagram: bubble} \right)$$

$$\frac{(-i\lambda)^2}{16} \int \frac{d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^8} \delta^4(-p_1+p_2) \mathcal{D}_F(k_1) \mathcal{D}_F(k_2) \mathcal{D}_F(k_3) (2\pi)^4 \delta(0) =$$

$$= \left[\frac{(-i\lambda)}{2} (2\pi)^4 \delta^4(p_1-p_2) \int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4} \mathcal{D}_F(k_1) \right] \left[\frac{(-i\lambda)}{8} (2\pi)^4 \delta(0) \int \frac{d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^8} \mathcal{D}_F(k_2) \mathcal{D}_F(k_3) \right]$$

O numerador vai conter justamente diagramas conectados as pernas externas multiplicados por uma soma de todas as bolhas possíveis. Por exemplo, no caso de dois pontos:

$$\langle 0 | T \left\{ \phi_1 \phi_2 \text{Exp} \left[-i \int_T dt H_{\text{int}}(t) \right] \right\} | 0 \rangle = (\text{Diagram: line } x_1 \text{ to } x_2) \left(1 + \underbrace{\text{Bubble}}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} + \underbrace{\text{Bubble on line}}_{\mathcal{O}(\lambda^3)} + \underbrace{\text{Two bubbles}}_{\mathcal{O}(\lambda^4)} + \underbrace{\text{Bubble with line}}_{\mathcal{O}(\lambda^5)} + \dots \right) +$$

$$+ (\text{Diagram: line } x_1 \text{ to } x_2 \text{ with bubble}) \left(1 + \underbrace{\text{Bubble}}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} + \underbrace{\text{Bubble on line}}_{\mathcal{O}(\lambda^3)} + \underbrace{\text{Two bubbles}}_{\mathcal{O}(\lambda^4)} + \underbrace{\text{Bubble with line}}_{\mathcal{O}(\lambda^5)} + \dots \right) + \dots$$

$$\left(\underbrace{\text{Bubble}}_{V_1} + \underbrace{\text{Bubble on line}}_{V_2} + \underbrace{\text{Two bubbles}}_{\frac{1}{2!} (V_1)^2} + \underbrace{\text{Bubble with line}}_{V_3} + \frac{1}{3!} V_1^3 + V_1 V_2 + V_1 V_3 + \frac{V_1^4}{4!} + \frac{V_2^2}{2!} + \frac{V_1^2 V_2}{2!} + \dots \right)$$

$\frac{1}{2!} \rightarrow$ fator de simetria

Qualquer diagrama específico nesta longa soma vai ser portanto da forma:

$$\left(\text{Diagrama conectado} \right) \cdot \prod_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n_i!} (V_i)^{n_i} \dots \left(\text{Diagram: two bubbles and a line with bubble} \right) \rightarrow \begin{matrix} n_1=2 \\ n_2=0 \\ n_3=1 \end{matrix} \rightarrow \{n_i\} = \{2, 0, 1, 0, 0, \dots\}$$

$$\begin{aligned} \therefore \langle 0|T\{\phi_1\phi_2\text{Exp}[-i\int_{-T}^T dt H_{\text{I}}(t)]\}|0\rangle &= \sum_{\text{conectados}} \left\{ \sum_{\{n_i\}} (\text{diagrama conectado}) \prod_i \frac{1}{n_i!} (V_i)^{n_i} \right\} = \\ &\quad \text{incluindo } \{0,0,0,0, \dots\} \\ &= \sum_{\text{conectados}} (\text{diagrama conectado}) \cdot \sum_{\{n_i\}} \left(\prod_i \frac{1}{n_i!} (V_i)^{n_i} \right) = \\ &\quad \left(1 + V_1 + V_2 + V_3 + \frac{1}{2!}V_1^2 + V_3 + \frac{1}{3!}V_1^3 + V_1V_2 + V_1V_3 + \frac{V_1^2V_2}{2!} + \dots = \left(1 + V_1 + \frac{V_1^2}{2!} + \dots\right) \left(1 + V_2 + \frac{V_2^2}{2!} + \dots\right) \dots \right) \\ &= \sum_{\text{conectados}} (\text{diagrama conectado}) \cdot \left(\sum_{n_1} \frac{1}{n_1!} (V_1)^{n_1} \right) \left(\sum_{n_2} \frac{1}{n_2!} (V_2)^{n_2} \right) \left(\sum_{n_3} \frac{1}{n_3!} (V_3)^{n_3} \right) \dots = \\ &= \sum_{\text{conectados}} (\text{diagrama conectado}) \prod_{i=1} \left(\sum_{n_i} \frac{1}{n_i!} (V_i)^{n_i} \right) = \sum_{\text{conectados}} (\text{diagrama conectado}) \prod_{i=1} e^{V_i} \end{aligned}$$

$$\langle 0|T\{\phi_1\phi_2\text{Exp}[-i\int_{-T}^T dt H_{\text{I}}(t)]\}|0\rangle = \sum_{\text{conectados}} (\text{diagrama conectado}) e^{\sum_i V_i} \quad (\text{eq. 104.1})$$

$$\langle 0|T\{\phi_1\phi_2\text{Exp}[-i\int_{-T}^T dt H_{\text{I}}(t)]\}|0\rangle = \left(x_1 \text{---} x_2 + x_1 \text{---} \bigcirc \text{---} x_2 + x_1 \text{---} \bigcirc \text{---} \bigcirc \text{---} x_2 + \dots \right) \times \text{Exp} \left[\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \dots \right]$$

Claramente o mesmo vale para funções de mais pontos (aumentar o número de pontos externos só torna os diagramas conectados mais complicados, a soma das bolhas fica a mesma.

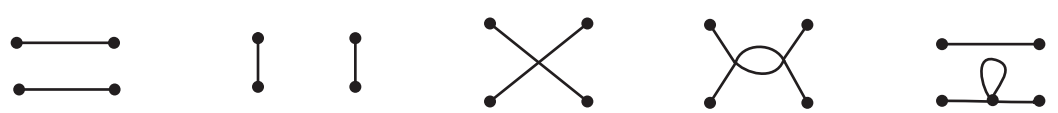
No caso do denominador, a lógica é a mesma, só que não há diagramas desconectados:

$$\langle 0|T\{\text{Exp}[-i\int_{-T}^T dt H_{\text{I}}(t)]\}|0\rangle = \left(\underbrace{\langle 0|0\rangle}_1 \right) \text{Exp} \left[\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \dots \right]$$

Logo a exponencial das bolhas é cancelada entre numerador e denominador, fazendo:

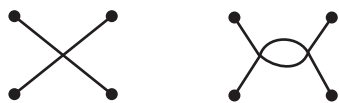
$$\langle \Omega|T\{\phi_H(x_1)\dots\phi_H(x_n)\}|\Omega\rangle = \sum_{\substack{\text{diagrama} \\ \text{conectado} \\ \text{a linhas externas}}} (\text{diagrama conectado}) \quad (\text{eq. 104.2})$$

Uma observação final sobre notação, aqui usamos "diagramas conectados" para denominar diagramas que estejam ligados aos pontos externos, e.g.:



Usaremos, com muito mais frequência, uma outra definição para “conectado” - querendo dizer que o diagrama conecta todos os pontos externos entre si. Nesta nova definição, os diagramas acima ficam divididos entre:

Conectados:



Desconectados:



Ambos conjuntos entram na soma da eq. 104.2, somente as bolhas do vácuo foram realmente canceladas pelo denominador.

Com estes resultados em mãos já conseguimos calcular quaisquer correladores na teoria $\lambda\phi^4$. Daremos uns passos atrás para ver como obteríamos estes mesmos resultados usando a quantização por integrais de trajetória.

Quantização do Campo Escalar por Path Integrals

(Nastase 9, Peskin 9.2, Ryder 6.1 a 6.5, Ramond 3.1 e 3.2)

Usaremos as idéias usadas no oscilador harmônico para quantizar o campo escalar usando integrais de trajetória. Resumindo, o caminho mais curto e seguro que encontramos para quantizar o oscilador harmônico forçado foi:

- (1) Escrever uma função de partição do sistema como uma integral de trajetória, sobre um caminho fechado, no espaço Euclidiano (esta integral é bem definida e não tem bordas para criar problemas)
- (2) Para projetar sobre os estados do vácuo, tomamos $\beta \rightarrow 0$ (período infinito na integral de traj.)
- (3) Rodamos o resultado para o espaço físico (de Minkowski), tomando cuidado de não tocar os polos (o que nos leva invariavelmente a um propagador de Feynman)

Para passar para uma teoria de campos, faremos a substituição:

$$q_\mu(t) \rightarrow \phi_{\vec{x}}(t) \equiv \phi(\vec{x}, t) \equiv \phi(x)$$

↑ tem uma discretização do espaço aqui

A ação do campo escalar, no espaço de Minkowski, é:

$$i S[\phi] = i \int d^4x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - V(\phi) \right]$$

e as funções de n pontos:

$$G_n(x_1, \dots, x_n) = \langle \Omega | T \{ \hat{\phi}(x_1) \dots \hat{\phi}(x_n) \} | \Omega \rangle = \int \mathcal{D}\phi e^{i S[\phi]} \phi(x_1) \dots \phi(x_n)$$

informações sobre o estado (eg. $|\Omega\rangle$ vs $|\Omega\rangle$ ou vácuo vs estado excitado) estão na ação usada e nas condições de contorno da integral

e estas podem ser obtidas a partir de integrais de trajetória sobre trajetórias periódicas de período infinito, usando a seguinte ação Euclidiana:

$$-S_E[\phi] = - \int d^4x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial_\mu \phi + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + V(\phi) \right] \quad (\text{eq. 106.1})$$

(todos os índices "E" foram suprimidos)

EUCUID: $a_\mu b_\mu = a_\mu b^\mu = a_\mu b_\nu \delta^{\mu\nu}$

$x^0 = x_0 \equiv -i x^1 \quad x^1 = x_1 = t_E$

$x^i = i x^0$

$$\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x^0} \frac{\partial \phi}{\partial x^0} - \partial_i \phi \partial_i \phi = - \frac{\partial \phi}{\partial x^1} \frac{\partial \phi}{\partial x^1} - \partial_i \phi \partial_i \phi = - \partial_\mu^E \phi \partial_\mu^E \phi$$

As funções de Green Euclidianas são:

$$G_n^{(E)}(x_1, \dots, x_n) = \int \mathcal{D}\phi \ e^{-S_E[\phi]} \phi(x_1) \dots \phi(x_n)$$

Podemos escrever o funcional gerador / função de partição para um período β :

$$Z[\beta, J] = \text{Tr} \{ e^{-\beta \hat{H}_3} \} = \int \mathcal{D}\phi \ e^{-S_E[\phi] + J\phi}$$

$\phi(\vec{x}, t_E + \beta) = \phi(\vec{x}, t_E)$

$J\phi = \int d^d x \ J(x)\phi(x)$

$\beta \rightarrow \infty$

$$Z[J] = \int \mathcal{D}\phi \ e^{-S_E[\phi] + J\phi} \equiv \langle 0|0 \rangle_J \quad (\text{eq. 107.1})$$

estamos generalizando o raciocínio a seguir para um número arbitrário de dimensões

$$G_n(x_1, \dots, x_n) = \frac{\int \frac{\delta}{\delta J(x_1)} \dots \frac{\delta}{\delta J(x_n)} Z[J]}{Z[J=0]} \quad (\text{eq. 107.2})$$

e (por definição):

$$Z[J] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int \prod_{i=1}^n d^d x_i \ G_n(x_1, \dots, x_n) \ J(x_1) \dots J(x_n) \quad (\text{eq. 107.3})$$

Teoria de Perturbação

Vamos assumir agora que este campo tem uma interação tratável em teoria de perturbação, e fazer a divisão usual:

$$S[\phi] = S_0[\phi] + S_I[\phi]$$

A funções de Green no espaço dos momentos são:

$$\tilde{G}_n(p_1, \dots, p_n) = \int d^4 x_1 \dots d^4 x_n \ e^{i(p_1 x_1 + \dots + p_n x_n)} G_n(x_1, \dots, x_n)$$

Qualquer teoria que seja invariante por translações (ou seja, que conserve momento e energia):

$$G_n(x_1, \dots, x_n) = G_n(x_1 - X, x_2 - X, \dots, x_n - X)$$

escolhendo: $X = x_1$ e mudando as integrais: $x_i \rightarrow x_i + x_1 \quad i \geq 2$

$$\tilde{G}_n(p_1, \dots, p_n) = \left[\int d^4 x_1 \ e^{i x_1 (p_1 + \dots + p_n)} \right] \left[\int d^4 x_2 \dots d^4 x_n \ e^{i(x_2 p_2 + \dots + x_n p_n)} G_n(0, x_2, \dots, x_n) \right]$$

$$= (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + \dots + p_n) G_n(p_1, \dots, p_n)$$

tendo em mente que a dependência de p_1 entra por meio da soma dos outros momentos $p_1 = p_2 + \dots + p_n$
 nestas funções a conservação de momento já está garantida

Um resultado importante, chamado de fórmula de Dyson, pode ser obtido começando com o VEV (valor esperado no vácuo) de operadores **quaisquer** no vácuo da teoria livre:

$$\langle 0 | \hat{O}[\{\hat{\phi}\}] | 0 \rangle = \int \mathcal{D}\phi e^{-S_0[\phi]} \mathcal{O}[\{\hat{\phi}\}]$$

vácuo da teoria livre

deste lado a informação vácuo está no fato de tomarmos configurações periódicas $\phi(\vec{x}, t_E + \beta) = \phi(\vec{x}, t_E)$ com β infinito e sabemos que é o vácuo da teoria livre pois usamos S_0 na função de partição

Suponha que: $\hat{O} = e^{-S_I[\phi]}$

temos então:

$$\langle 0 | e^{-S_I[\phi]} | 0 \rangle = \int \mathcal{D}\phi e^{-S_0[\phi] - S_I[\phi]}$$

(eq. 108.1)

e se: $\hat{O} = \hat{\phi}(x_1) \dots \hat{\phi}(x_n) e^{-S_I[\phi]}$

$$\langle 0 | \hat{\phi}(x_1) \dots \hat{\phi}(x_n) e^{-S_I[\phi]} | 0 \rangle = \int \mathcal{D}\phi e^{-S_0[\phi] - S_I[\phi]} \phi(x_1) \dots \phi(x_n) = G_n(x_1, \dots, x_n)$$

(lembre que quando rodarmos de volta para o espaço de Minkowski vamos obter o ordenamento temporal)

(eq. 108.2)

finalmente, se: $\hat{O} = e^{-S_I[\phi]} e^{\int d^4x \mathcal{J}(x) \phi(x)}$

$$\langle 0 | e^{-S_I[\phi]} e^{\int d^4x \mathcal{J}(x) \phi(x)} | 0 \rangle = \int \mathcal{D}\phi e^{-S_0[\phi] - S_I[\phi] + \mathcal{J} \cdot \phi} = Z[\mathcal{J}]$$

Fórmula de Dyson

(eq. 108.3)

Solução da Teoria Livre

Para $S_I[\phi] = 0$

$$\begin{aligned} Z_0[\mathcal{J}] &= \int \mathcal{D}\phi e^{-S_0[\phi] + \mathcal{J} \cdot \phi} = \int \mathcal{D}\phi \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int d^4x [\partial_\mu \phi \partial_\mu \phi + m^2 \phi^2] + \mathcal{J} \cdot \phi \right\} \\ &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int d^4x \phi \underbrace{[-\partial_\mu \partial_\mu + m^2]}_{\Delta^{-1}} \phi + \mathcal{J} \cdot \phi \right\} \end{aligned}$$