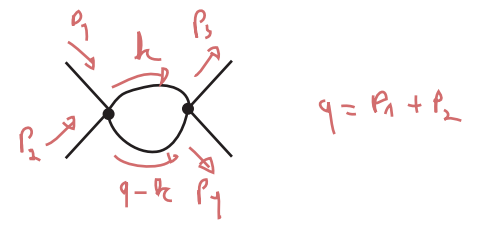


$$= \frac{(-i\lambda)^2}{2} \int d^4k \delta^4(-k - (q-k) + p_3 + p_4) D_F(k) D_F(q-k) =$$

$$= \frac{(-i\lambda)^2 (2\pi)^4}{2} \delta^4(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} D_F(k) D_F(p_1 + p_2 - k)$$

estou escrevendo assim pois logo vamos querer identificar \mathcal{M}



Podemos então escrever as regras para obter diretamente a expressão no espaço dos momentos (que não é da função de Green $G_n(x_1, \dots, x_n)$, nem de sua transformada de Fourier $\tilde{G}_n(p_1, \dots, p_n)$ mas sim para elementos do tipo $\langle p_1, p_2, \dots | p_3, p_4, \dots \rangle$)

- (1) para cada propagador de momento p: $= D_F(p) = \frac{1}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$
- (2) para cada vértice: $= -i\lambda$
- (3) para linha externa: $= 1$
- (4) imponha conservação de momento em cada vértice (re-escrevendo os momentos internos)
- (5) integre sobre cada momento não determinado: $\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}$
- (6) divida pelo fator de simetria
- (7) multiplique por: $(2\pi)^4 \delta^4(\sum p_\alpha)$ momentos externos

Regras de Feynman para $\langle p_1, p_2, \dots | p_3, p_4, \dots \rangle$ de $\lambda\phi^4$ no espaço dos momentos (eq. 22.1)

Mais alguns exemplos:

$$\text{Self-energy diagram} = (2\pi)^4 \delta(p_1 - p_2) \frac{(-i\lambda)}{2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} D_F(k)$$

$$\text{Vertex correction diagram} \Rightarrow (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{(-i\lambda)^2}{2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} D_F(k) D_F(q-k)$$

$q = p_1 - p_3$

Conservação nos vértices: $\left. \begin{aligned} p_1 &= p_3 + k_2 + k \\ p_2 + k_2 + k_1 &= p_4 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} p_1 - p_3 &= q = p_1 - p_3 = k_2 + k \\ k_2 &= q - k \end{aligned}$

Vamos deixar um pouco mais clara a diferença entre as regras do quadro 22.1 e as regras para

$$\tilde{G}_n(p_i, k_j) = \left(\prod_{i=1}^n \int d^4x_i e^{i p_i x_i} \right) \left(\prod_{j=1}^m \int d^4y_j e^{-i k_j y_j} \right) G(x_1 \dots x_n, y_1 \dots y_m)$$

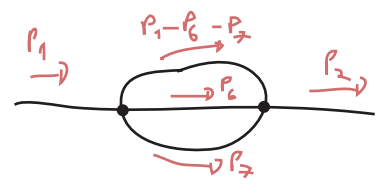
↙ partículas iniciais
↘ partículas finais

Considere o exemplo:

$$G(x_1, x_2) = \text{diagram} = \frac{\lambda^2}{3!} \int d^4z_1 d^4z_2 D_F(z_1 - x_1) D_F(x_2 - z_2) D_F^3(z_2 - z_1)$$

Tomemos a sua transformada de Fourier:

$$\begin{aligned} \tilde{G}(p_1, p_2) &= \int d^4x_1 d^4x_2 e^{-i p_1 x_1} e^{i p_2 x_2} \frac{\lambda^2}{3!} \int d^4z_1 d^4z_2 D_F(z_1 - x_1) D_F(x_2 - z_2) D_F^3(z_2 - z_1) = \\ &= \int d^4x_1 d^4x_2 e^{-i p_1 x_1} e^{i p_2 x_2} \frac{\lambda^2}{3!} \int d^4z_1 d^4z_2 \int \frac{d^4p_3}{(2\pi)^4} e^{-i p_3(z_1 - x_1)} D_F(p_3) \int \frac{d^4p_4}{(2\pi)^4} e^{-i p_4(x_2 - z_2)} D_F(p_4) \times \\ &\quad \times \int \frac{d^4p_5}{(2\pi)^4} e^{-i p_5(z_2 - z_1)} D_F(p_5) \int \frac{d^4p_6}{(2\pi)^4} e^{-i p_6(z_2 - z_1)} D_F(p_6) \int \frac{d^4p_7}{(2\pi)^4} e^{-i p_7(z_2 - z_1)} D_F(p_7) = \\ &\stackrel{\int d^4x_1 \rightarrow \delta^4(-p_1 + p_3)}{\int d^4x_2 \rightarrow \delta^4(p_2 - p_4)}{=} \frac{\lambda^2}{3!} \int d^4z_1 d^4z_2 e^{-i p_1 z_1} D_F(p_1) e^{i p_2 z_2} D_F(p_2) \int \int \int (\dots) = \\ &\stackrel{\int d^4z_1 \rightarrow \delta^4(-p_1 + p_3 + p_6 + p_7)}{=} \frac{\lambda^2}{3!} \int d^4z_2 D_F(p_1) D_F(p_2) e^{i p_2 z_2} e^{-i(p_1 - p_6 - p_7) z_2} \int \int D_F(p_1 - p_6 - p_7) (\dots) = \\ &\stackrel{\int d^4z_2 \rightarrow \delta^4(p_2 - p_1 + p_6 + p_7 - p_6 - p_7) = \delta^4(p_2 - p_1)}{=} \frac{\lambda^2}{3!} D_F(p_1) D_F(p_2) (2\pi)^4 \delta^4(p_2 - p_1) \int \frac{d^4p_6}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4p_7}{(2\pi)^4} D_F(p_1 - p_6 - p_7) D_F(p_6) D_F(p_7) \end{aligned}$$



Estes dois "propagadores externos" não pareceram nas regras de Feynman deduzidas anteriormente pois tratamos os estados iniciais e finais com mais detalhe (ainda que de forma heurística), como ondas planas. O jeito formal de obtê-las seria usando a fórmula de LSZ (que veremos mais a frente, os curiosos podem olhar as notas de TQC I -2017, eq 74.3).

Com isso temos um conjunto de regras completo, mas cabem alguns comentários para amarrar as pontas soltas. Primeiramente note que, na eq. 22.1, estamos dizendo que todos estes correlatores serão calculados para: $T \rightarrow \infty (1 - i\epsilon)$

(eq. 12.1) $\rightarrow \lim_{T \rightarrow \infty (1 - i\epsilon)} \frac{1}{N} \langle 0 | T \left\{ U_T(x_1) \dots U_T(x_n) \text{Exp} \left[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{II}}(t) \right] \right\} | 0 \rangle$

Isto significa que todas as integrais dos vértices não

vão ser simples integrais em d^4z , mas sim:

$$\lim_{T \rightarrow \infty (1 - i\epsilon)} \int_{-T}^T d^4z e^{i(p_1 + \dots + p_n)z} \propto \lim_{T \rightarrow \infty} \left[e^{i(p_1 + \dots + p_n)^0 (T - \lambda\epsilon T)} - e^{i(p_1 + \dots + p_n)^0 (-T + \lambda\epsilon T)} \right]$$

$$\propto \lim_{T \rightarrow \infty} \left(e^{+\epsilon (p_1 + \dots + p_n)^0 T} - e^{-\epsilon (p_1 + \dots + p_n)^0 T} \right)$$

Uma destas exponenciais explode (qual delas depende do sinal de q^0)

Para resolver isto podemos impor que q^0 tenha uma parte imaginária (também pequena e proporcional a ϵ) porque então:

$q^0 \rightarrow q^0(1 + i\epsilon) = \lim_{T \rightarrow \infty} e^{i q^0 (\pm T \mp \lambda\epsilon T)} \rightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \text{Exp} \left[\pm i q^0 T (1 + \epsilon^2) \right]$

note que inverter este sinal estragaria tudo

oscilatória

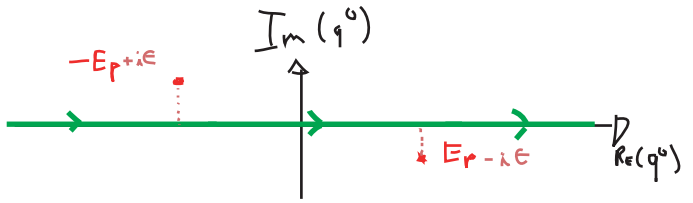
De fato isto é totalmente consistente com o que já vínhamos fazendo, pense de onde vêm estas exponenciais dentro das integrais dos vértices:

(1) De linha externas (veja eqs. 21.1 e 21.2): neste caso não há restrição alguma sobre os momentos e podemos tomá-los imaginários e, depois de integrar, tomar o limite $\epsilon \rightarrow 0$

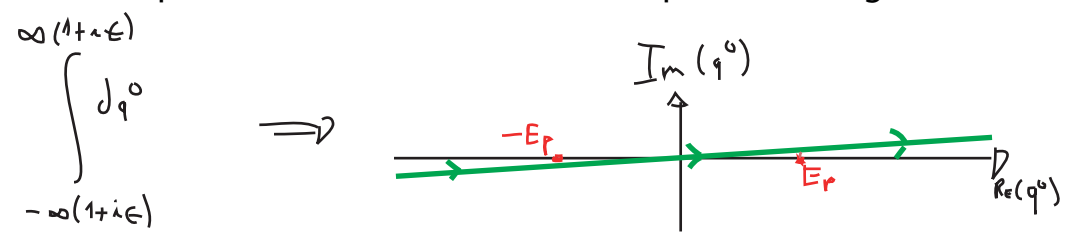
(2) Dos propagadores de Feynman (veja, por exemplo, o expressão do diagrama na segunda metade da pg 21). Neste caso devemos lembrar que o propagador no espaço dos momentos é:

$$D_F(q) = \frac{i}{q^2 - m^2 + i\epsilon}$$

e que q^0 está sendo integrado no caminho (tqc I 2017 - pg 67):



acontece que isto é exatamente o mesmo que fazer o seguinte caminho:



o que dá para q^0 exatamente a parte imaginária de que precisávamos. Isto mostra que o aparecimen-

to dos propagadores de Feynman no teorema de Wick não é uma coincidência, mas está intrinsecamente ligado ao limite que tomamos no tempo para poder projetar o vácuo livre da teoria no vácuo da teoria completa na página 9. Aqui podemos finalmente entender porque escolhemos, na definição do propagador de Feynman, os polos E_p e $-E_p$ respectivamente abaixo e acima do eixo real, a escolha contrária geraria divergências aqui.

Ignoramos outros dois pontos importantes, um deles está relacionado a “bolhas no vácuo”. Considere os dois dos diagramas de ordem λ^2 para a função de dois pontos no fim da página 19:

(A)

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{4} \int d^4z_1 d^4z_2 D_F(x_1 - z_1) D_F(z_1 - x_2) D_F^2(z_1 - z_2) D_F(z_2 - z_1)$$

(B)

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{16} \int d^4z_1 d^4z_2 D_F(x_1 - z_1) D_F(z_1 - x_2) D_F(z_1 - z_2) D_F^2(z_2 - z_1)$$

(A)

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{4} \int d^4z_1 d^4z_2 e^{-i z_1 p_1} e^{i z_1 p_2} \int \frac{d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^{12}} D_F(k_1) D_F(k_2) D_F(k_3) e^{i k_1 (z_1 - z_2)} e^{i k_2 (z_1 - z_2)} =$$

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{4} \int \frac{d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^4} \delta^4(-p_1 + p_2 + k_1 + k_2) \delta^4(k_1 + k_2) D_F(k_1) D_F(k_2) D_F(k_3) =$$

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{4} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} D_F(k) D_F(-k) \int \frac{d^4k_3}{(2\pi)^4} D_F(k_3)$$

(B)

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{16} \int d^4z_1 d^4z_2 e^{-i z_1 p_1} e^{i z_1 p_2} \int \frac{d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^{12}} D_F(k_1) D_F(k_2) D_F(k_3) e^{i k_1 \cdot 0} e^{i k_2 \cdot 0} e^{i k_3 \cdot 0} =$$

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{16} \int \frac{d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^8} \delta^4(-p_1 + p_2) D_F(k_1) D_F(k_2) D_F(k_3) \int d^4z_2$$

$(2T) \cdot V = \infty$
 $(2\pi)^4 \delta(0)$

Isto sempre vai acontecer com diagramas desconectados de linhas externas (as tais bolhas no vácuo):

$$\sim \int d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3 d^4k_4 \delta^4(k_2+k_3) \delta^4(k_2+k_3) \mathcal{D}_F(k_1) \mathcal{D}_F(k_2) \mathcal{D}_F(k_3) \mathcal{D}_F(k_4)$$

$$\int d^4k_3 \delta^4(0) \mathcal{D}_F(k_2) \mathcal{D}_F(-k_2)$$

O outro detalhe que ignoramos foi o denominador de 12.1:

$$\langle 0 | T \left\{ \text{Exp} \left[-i \int_T dt H_{\text{int}}(t) \right] \right\} | 0 \rangle$$

Que de fato só contém bolhas (note que ele não depende de nenhum dos pontos externos, que vão todos no numerador). Para ver como os dois problemas se resolvem, basta notar que podemos separar as bolhas da parte **conectada a linhas externas** do diagrama:

$$\left(\text{tadpole with bubble} \right) = \left(\text{line with bubble} \right) \left(\text{bubble} \right)$$

$$\frac{(-i\lambda)^2}{16} \int \frac{d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^8} \delta^4(-p_1+p_2) \mathcal{D}_F(k_1) \mathcal{D}_F(k_2) \mathcal{D}_F(k_3) (2\pi)^4 \delta(0) =$$

$$= \left[\frac{(-i\lambda)}{2} (2\pi)^4 \delta^4(p_1-p_2) \int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4} \mathcal{D}_F(k_1) \right] \left[\frac{(-i\lambda)}{8} (2\pi)^4 \delta(0) \int \frac{d^4k_2 d^4k_3}{(2\pi)^8} \mathcal{D}_F(k_2) \mathcal{D}_F(k_3) \right]$$

O numerador vai conter justamente diagramas conectados as pernas externas multiplicados por uma soma de todas as bolhas possíveis. Por exemplo, no caso de dois pontos:

$$\langle 0 | T \left\{ \phi_1 \phi_2 \text{Exp} \left[-i \int_T dt H_{\text{int}}(t) \right] \right\} | 0 \rangle = (x_1 \text{---} x_2) \left(1 + \underbrace{\text{bubble}}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} + \underbrace{\text{tadpole}}_{\mathcal{O}(\lambda)} + \underbrace{\text{tadpole with bubble}}_{\mathcal{O}(\lambda^3)} + \text{tadpole with 2 bubbles} + \text{tadpole with 3 bubbles} + \dots \right) +$$

$$+ (x_1 \text{---} \text{bubble} \text{---} x_2) \left(1 + \text{bubble} + \text{tadpole} + \text{tadpole with bubble} + \text{tadpole with 2 bubbles} + \text{tadpole with 3 bubbles} + \dots \right) + \dots$$

$$\left(\underbrace{\text{bubble}}_{V_1} + \underbrace{\text{tadpole}}_{V_2} + \underbrace{\text{tadpole with bubble}}_{\frac{1}{2!} (V_1)^2} + \underbrace{\text{tadpole with 2 bubbles}}_{V_3} + \frac{1}{3!} V_1^3 + V_1 V_2 + V_1 V_3 + \frac{V_1^4}{4!} + \frac{V_2^2}{2!} + \frac{V_1^2 V_2}{2!} + \dots \right)$$

$\frac{1}{2!} \rightarrow$ fator de simetria

Qualquer diagrama específico nesta longa soma vai ser portanto da forma:

$$\left(\text{diagrama conectado} \right) \cdot \prod_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n_i!} (V_i)^{n_i} \dots \left(\text{diagrama} \right) \rightarrow \begin{matrix} n_1=2 \\ n_2=0 \\ n_3=1 \end{matrix} \rightarrow \{n_i\} = \{2, 0, 1, 0, 0, \dots\}$$

$$\begin{aligned} \therefore \langle 0|T\{\phi_1 \phi_2 \text{Exp}[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{I}}(t)]\}|0\rangle &= \sum_{\text{conectados}} \left\{ \sum_{\{n_i\}} (\text{diagrama conectado}) \prod_i \frac{1}{n_i!} (V_i)^{n_i} \right\} = \\ &\quad \text{incluindo } \{0,0,0, \dots\} \\ &= \sum_{\text{conectados}} (\text{diagrama conectado}) \cdot \sum_{\{n_i\}} \left(\prod_i \frac{1}{n_i!} (V_i)^{n_i} \right) = \\ &\quad \left(1 + V_1 + V_2 + V_3 + \frac{1}{2!} V_1^2 + V_3 + \frac{1}{3!} V_1^3 + V_1 V_2 + V_1 V_3 + \frac{V_1^2 V_2}{2!} + \dots = \left(1 + V_1 + \frac{V_1^2}{2!} + \dots \right) \left(1 + V_2 + \frac{V_2^2}{2!} + \dots \right) \dots \right) \\ &= \sum_{\text{conectados}} (\text{diagrama conectado}) \cdot \left(\sum_{n_1} \frac{1}{n_1!} (V_1)^{n_1} \right) \left(\sum_{n_2} \frac{1}{n_2!} (V_2)^{n_2} \right) \left(\sum_{n_3} \frac{1}{n_3!} (V_3)^{n_3} \right) \dots = \\ &= \sum_{\text{conectados}} (\text{diagrama conectado}) \prod_{i=1} \left(\sum_{n_i} \frac{1}{n_i!} (V_i)^{n_i} \right) = \sum_{\text{conectados}} (\text{diagrama conectado}) \prod_{i=1} e^{V_i} \end{aligned}$$

$$\langle 0|T\{\phi_1 \phi_2 \text{Exp}[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{I}}(t)]\}|0\rangle = \sum_{\text{conectados}} (\text{diagrama conectado}) e^{\sum_i V_i} \quad (\text{eq. 27.1})$$

$$\langle 0|T\{\phi_1 \phi_2 \text{Exp}[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{I}}(t)]\}|0\rangle = \left(x_1 \text{---} x_2 + x_1 \text{---} \bigcirc \text{---} x_2 + x_1 \text{---} \bigcirc \text{---} \bigcirc \text{---} x_2 + \dots \right) \times \text{Exp} \left[\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \dots \right]$$

Claramente o mesmo vale para funções de mais pontos (aumentar o número de pontos externos só torna os diagramas conectados mais complicados, a soma das bolhas fica a mesma.

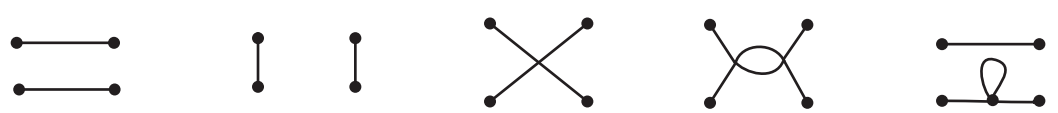
No caso do denominador, a lógica é a mesma, só que não há diagramas desconectados:

$$\langle 0|T\{\text{Exp}[-i \int_{-T}^T dt H_{\text{I}}(t)]\}|0\rangle = \underbrace{\langle 0|0\rangle}_1 \text{Exp} \left[\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \dots \right]$$

Logo a exponencial das bolhas é cancelada entre numerador e denominador, fazendo:

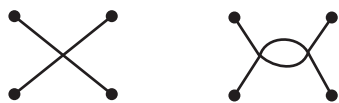
$$\langle \Omega|T\{\phi_H(x_1) \dots \phi_H(x_n)\}|\Omega\rangle = \sum_{\substack{\text{diagrama} \\ \text{conectado} \\ \text{a linhas externas}}} (\text{diagrama conectado}) \quad (\text{eq. 104.2})$$

Uma observação final sobre notação, aqui usamos "diagramas conectados" para denominar diagramas que estejam ligados aos pontos externos, e.g.:



Usaremos, com muito mais frequência, uma outra definição para “conectado” - querendo dizer que o diagrama conecta todos os pontos externos entre si. Nesta nova definição, os diagramas acima ficam divididos entre:

Conectados:



Desconectados:



Ambos conjuntos entram na soma da eq. 27.2, somente as bolhas do vácuo foram realmente canceladas pelo denominador.

Com estes resultados em mãos já conseguimos calcular quaisquer correlatores na teoria $\lambda\phi^4$.

Seções de Choque e Matriz S

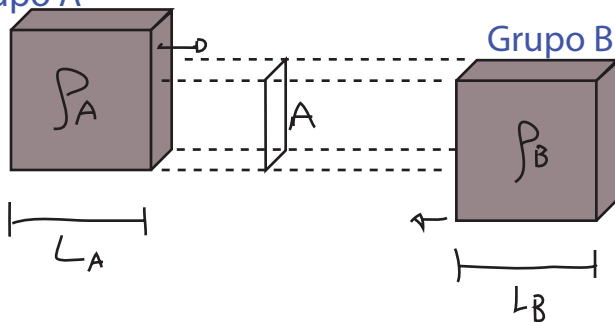
(Peskin 4.5)

Chegamos em fim ao ponto em que formalizaremos a conexão entre as funções de n-pontos das teorias de campos com espalhamentos envolvendo estados assintóticos com n partículas. Começemos com a idéia por trás do que esperamos observar em experimentos envolvendo partículas ou quasi-partículas:

Seção de Choque

A situação que temos em mente é um espalhamento entre dois “amontoados” de partículas (ou quasi-partículas, enfim, excitações do campo), quer seja um projétil atirado em um alvo ou a colisão de dois objetos (o que é o mesmo, dependendo de referencial). Cada um destes grupos tem um número grande de partículas e dimensões finitas:

Grupo A

 $\rho_A, \rho_B \rightarrow$ densidade numéricas $A \rightarrow$ área de impacto $L_A, L_B \rightarrow$ comprimento ao longo da direção do impacto

Assumindo que ambos os grupos são rarefeitos e que as interações internas são desprezíveis, é razoável dizer que o número total de colisões (eventos) é proporcional a todas as grandezas definidas acima:

$$\# \text{EVENTOS} \propto \rho_A L_A \rho_B L_B A$$

A esta “constante” de proporcionalidade damos o nome de **seção de choque**:

$$\sigma \equiv \frac{\# \text{EVENTOS}}{\rho_A L_A \rho_B L_B A} \quad (\text{eq. 29.1})$$

Que tem dimensão de área: $[\sigma] = \frac{1}{L^{-3} L L^{-3} L L^2} = L^2$

E pode ser interpretada como o “tamanho de interação” da partícula, ou seja, a área em torno do “alvo” na qual um “projétil” seria espalhado (note, no entanto, que isto depende também do projétil). Outra forma de ver como devemos definir a seção de choque é pensando em um modelo clássico, o espalhamento por um potencial $V(r) = \frac{Ze^2}{r}$

Neste caso temos apenas um alvo, pontual, produzindo o potencial. Se temos um feixe de partículas sendo lançado neste alvo o número de espalhamentos por unidade de tempo é proporcional ao fluxo:

$$\text{Fluxo} \leftarrow \phi_0 = \frac{\Delta N_{\text{in}}}{A \cdot \Delta t} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \# \text{ partículas incidentes} \\ \rightarrow \text{unidade. de tempo} \\ \rightarrow \text{unidade. de área} \end{array} \quad \Delta N_{\text{EV}} \leftrightarrow \# \text{ partículas espalhadas (eventos)}$$

$$\frac{\Delta N_{EV}}{\Delta t} \propto \phi_0$$

E a proporcionalidade entre os dois vai ser, de novo, a seção de choque:

$$\sigma = \frac{\Delta N_{EV} / \Delta t}{\phi_0} = \frac{\Delta N_{EV}}{\underbrace{\Delta N_{IN} / A}_{n_B \text{ densidade por área}}} = \frac{\Delta N_{EV}}{n_B} \quad (\text{eq. 30.1})$$

(unidades de área, consistentemente)

Também podemos escrever:

$$\phi_0 = \frac{\Delta N_{IN}}{A \cdot \Delta t} = \frac{\rho_B (\underbrace{v \Delta t}_{\text{velocidade relativa}}) A}{A \cdot \Delta t} = \rho_B \cdot v$$

volume incidente em um tempo Δt

Podemos então considerar o caso de N alvos independentes onde $N = \int_A L_A A$ então a seção de choque **por alvo** (e essa é a definição de seção de choque) é:

$$\sigma = \frac{\Delta N_{EV} / \Delta t}{\phi_0 N} = \frac{\Delta N_{EV}}{\underbrace{\rho_B (v \Delta t)}_{L_B} \underbrace{\rho_A L_A A}_{\text{como vimos antes}}} = \frac{\Delta N_{EV}}{\rho_B L_B \rho_A L_A A}$$

A seção do choque definida acima é chamada de **Seção de Choque Total**, pois mede a intensidade do espalhamento sem colocar condições sobre a energia das partículas espalhadas nem o seu momento (o que inclui a direção em que foram espalhadas). Tipicamente tanto a energia quanto o momento (ou no mínimo a direção) são medidos em experimentos e muita informação física pode ser tirada daí sobre a interação que está gerando os espalhamentos. Para um dado modelo estamos interessados em saber por exemplo, qual é a taxa de espalhamentos em uma certa direção, ou para estados finais com energia e momento acima de um certo valor. A grandeza que nos permite obter estas distribuições é a **Seção de Choque Diferencial**:

$$\frac{d\sigma}{d^3p_1 \dots d^3p_n}$$

↪ momentos dos estados finais

O exemplo mais útil é o espalhamento $2 \rightarrow 2$ (duas partículas iniciais e duas finais, elástico ou inelástico). Nesse caso temos dois estados finais, logo dois **tri-momentos**¹. Tenho quatro deltas de Dirac (da conservação total de momento e energia), o que me deixa com duas variáveis independentes, que posso escolher como sendo dois ângulos θ (de 0 a π em relação ao momento inicial / direção do feixe) e ϕ (azimutal, vai de 0 a 2π em torno do momento inicial). Estes dois ângulo definem um ângulo sólido Ω , e é comum definir:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}$$

¹Está embutida a suposição (razoável) de que os estados finais estão "on-shell" (vale a relação relativística entre momento e energia), de forma que a energia não é livre uma vez que conhecemos o momento. Ainda precisamos provar que os estados assintóticos na teoria interagente têm essa propriedade.

Taxa de Decaimento

Outro exemplo de interesse é o de processos $1 \rightarrow n$, onde começamos com uma partícula