Voltaremos com este resultado na seção de choque para dois corpos (eq. 38.4):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{cm} = \frac{1}{2E_A\, 2E_B\, |v_A - v_B|}\,\frac{|\vec{p}_1|}{16\pi^2 E_{cm}}\,\underbrace{\left|\mathcal{M}(P_A, P_B \to P_1, P_2)\right|^2}_{\frac{1}{4}\sum_{\text{SPINS}} |\mathcal{M}|^2}$$

no nosso caso: $P_A = p \quad P_B = p' \quad P_1 = k \quad P_2 = k'$

$$2E_A = 2E_B = 2E = E_{cm}$$

$$\vec{v}_A = \frac{\vec{p}}{E} = \hat{z} \qquad \vec{v}_B = \frac{\vec{p}\,'}{E} = -\hat{z} \quad \Rightarrow |v_A - v_B| = 2$$

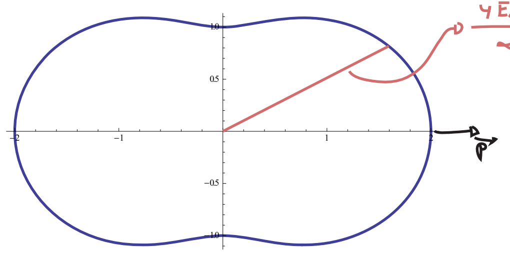
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{cm} = \frac{1}{2E_{cm}^2}\,\frac{|\vec{k}|}{16\pi^2\, 2E}\, e^4 \left[1 + \frac{m_N^2}{E^2} + \left(1 - \frac{m_N^2}{E^2}\right)\cos^2\theta\right]$$

$$\frac{e^4}{16\pi^2} = \alpha^2 \qquad \frac{|\vec{k}|}{E} = \sqrt{1 - \frac{m_N^2}{E^2}}$$

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{cm} = \frac{\alpha^2}{4E_{cm}^2}\sqrt{1 - \frac{m_N^2}{E^2}}\left[1 + \frac{m_N^2}{E^2} + \left(1 - \frac{m_N^2}{E^2}\right)\cos^2\theta\right]}$$ (eq. 74.1)

No limite ultra-relativístico $E >> m_N$

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{cm,\ \text{ULTRAREL}} = \frac{\alpha^2}{4E_{cm}^2}\left(1 + \cos^2\theta\right)}$$ (eq. 74.2)



A seção de choque total é encontrada integrando-se sobre o ângulo sólido:

$$d\Omega = \operatorname{sen}(\theta)\,d\theta\, d\varphi = 2\pi \operatorname{sen}(\theta)\,d\theta = -2\pi\, d(\cos\theta)$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$0 < \theta < \pi \qquad 1 < \cos\theta < -1$$

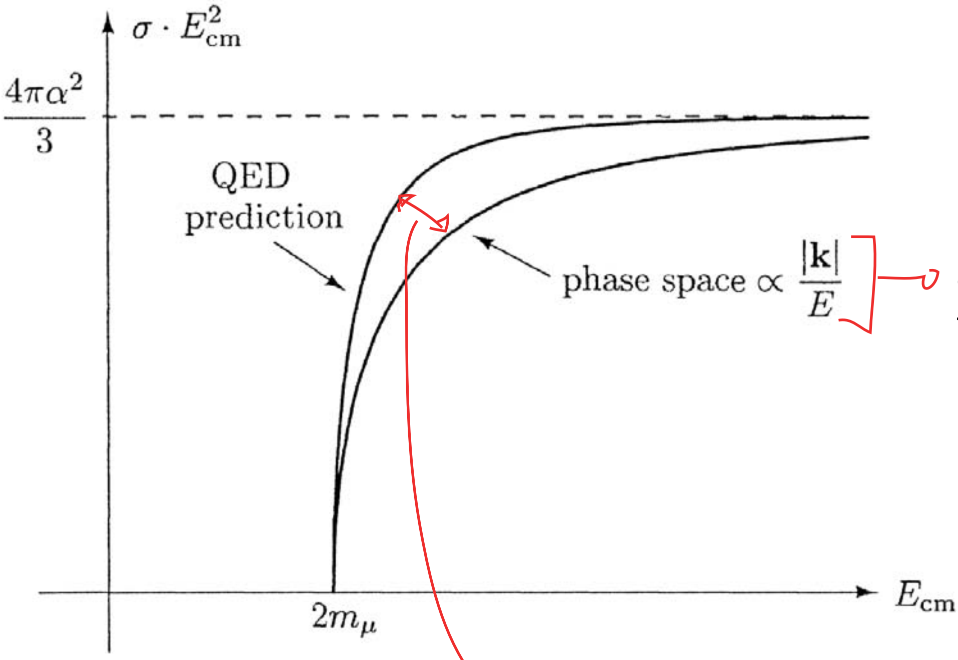
$$\int_{-1}^{1} d(\cos\theta) = 2$$

$$\int_{-1}^{1} d(\cos\theta)\cos^2\theta = 2/3$$

$$\sigma_{TOT} = \cancel{2}\pi \int_{-1}^{1} d(\cos\theta)\,\frac{\alpha^2}{\cancel{4}_{2}E_{cm}^2}\sqrt{1 - \frac{m_N^2}{E^2}}\left[1 + \frac{m_N^2}{E^2} + \left(1 - \frac{m_N^2}{E^2}\right)\cos^2\theta\right] =$$

$$= \frac{\pi\alpha^2}{\cancel{2}E_{cm}^2}\sqrt{1 - \frac{m_N^2}{E^2}}\,\cancel{2}\left[\underbrace{1 + \frac{m_N^2}{E^2} + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{m_N^2}{E^2}\right)}_{\frac{4}{3} + \frac{2}{3}\frac{m_N^2}{E^2}}\right] = \boxed{\frac{4\pi\alpha^2}{3E_{cm}^2}\sqrt{1 - \frac{m_N^2}{E^2}}\left[1 + \frac{m_N^2}{2E}\right]}$$ (eq. 74.3)

Que, no limite ultra-relativístico fica: $\boxed{\sigma_{TOT} = \frac{4\pi\alpha^2}{3E_{cm}^2}}$ (eq. 74.4)



dependência só do espaço de fase (se $|M|^2$ fosse escolhida como uma constante propriamente normalizada para o comportamento assint. correto)

Testar a teoria significa ver esta diferença (o que foi feito com muito sucesso para produção de μ e τ)

Produção de pares Quark-Antiquark

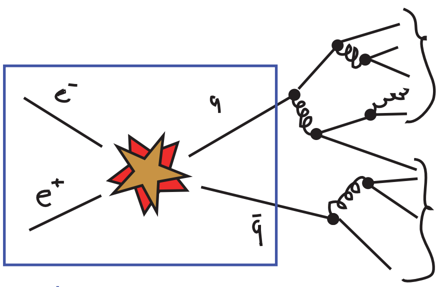
Podemos usar o resultado para o espalhamento $e^+ e^- \to \mu^+ \mu^-$ para estudar outras produções de partículas iniciadas pela aniquilação elétron-positron, em particular no limite de altíssimas energias, muito maiores do que a massa das partículas produzidas.
Em particular olharemos agora a produção de Hadrons: partículas que têm interação forte

$e^+ e^- \to$ HADRONS

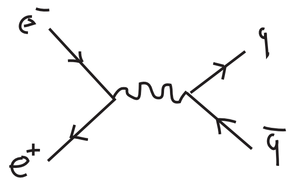
A QCD nos diz que os Hadrons são feitos de quarks:

$q_{\alpha f c}$

- c → cor: R, G, B (simetria exata)
- f → sabor: u, d, s, c, b, t (não são iguais)
  - carga diferente: $u, c, t \to Q = +2/3$; $d, s, b \to Q = -1/3$
  - massas diferentes! $m_u \sim 2\,\text{MeV} \ll m_t \sim 172000\,\text{MeV}$
    - $m_u \simeq m_d$ ← $SU(2)_f$ aproximado
    - $m_u \simeq m_d \sim m_s$ $SU(3)_f$ "ainda mais aproximado"
- α → índice espinorial



$\sim$

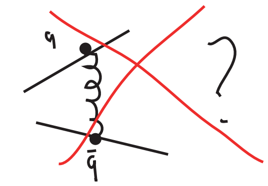


Temos que modificar o nosso cálculo de produção de muons de três formas:

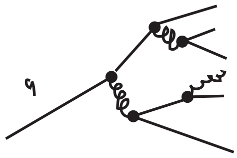
(I) $e \to Q|e|$ (fator Q^2)

(II) $\sigma \sim \sigma(e^+e^- \to \bar{q}_R q_R) + \sigma(e^+e^- \to \bar{q}_G q_G) + \sigma(e^+e^- \to \bar{q}_B q_B)$ (fator 3)

(III) quarks não são léptons! Preciso me preocupar com a interação forte entre eles?



→ em altas energias temos liberdade assintótica



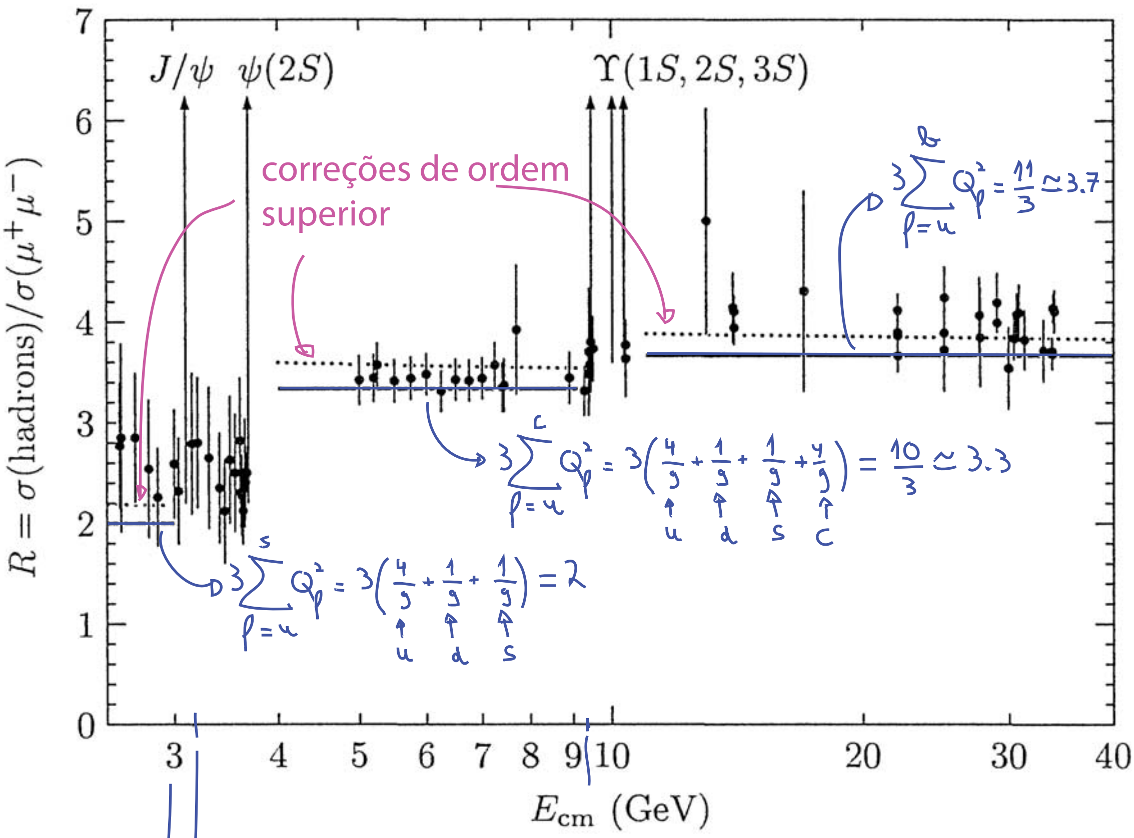
→ podemos separar a produção de dois quarks "independentes" da "hadronização" de cada um deles.

De forma que:

$$\sigma(e^+e^- \to q_f\bar{q}_f) \underset{E_{cm}\gg 2m_f}{\sim} 3Q_f^2 \underbrace{\frac{4\pi\alpha^2}{3E_{cm}^2}}_{R} = 3Q_f^2 R \qquad \sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-) \xrightarrow[E_{cm}\to\infty]{} R$$

$$\sigma(e^+e^- \to \text{HADRONS}) \xrightarrow[E_{cm}\to\infty]{} 3\left(\sum_f Q_f^2\right)R \qquad \frac{\sigma(e^+e^- \to \text{HADRONS})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} \to 3\left(\sum_f Q_f^2\right)$$

Quando $E_{cm} \sim 2m_f$ os efeitos de QCD se tornam importantes gerando, por exemplo, estados ligados



$\to \sim 2m_c$ $\qquad$ $\to \sim 2m_b$

$\to E_{cm} \gg 2m_s > 2m_d > 2m_u$

A verificação deste fator "3" é uma das evidências para a existência do número quântico de "cor" e da existência do grupo de simetria $SU(3)_c$.

Além da sessão de choque total, podemos também testar a distribuição angular dos "jatos". Verifica-se experimentalmente que frequentemente temos dois "jatos" e que a distribuição angular destes segue o $(1+\cos^2\theta)$ deduzido na eq. 74.2.

Seção de Choque polarizada e Crossing Symmetry

(Nastase 25; Peskin 5.2-5.3)

Para obter um entendimento um pouco melhor da dependência angular em 74.2 exploraremos novamente o espalhamento $e^-e^+ \to \mu^-\mu^+$, analisando agora as polarizações dos estados. Por simplicidade, tomaremos o limite ultra-relativístico onde: $m_e, m_\mu \to 0$

Lembrando das definições dos projetores de quiralidade feitas anteriormente e que, para férmions sem massa, temos teorias separadas para ψ_L e ψ_R, notamos que estes são estados de helicidade bem definida:

$$h \equiv \frac{\vec{S}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|} \qquad \begin{aligned} h\,\psi_R &= -\tfrac{1}{2}\psi_R \\ h\,\psi_L &= +\tfrac{1}{2}\psi_L \end{aligned}$$

Para estudar polarizações precisamos definir uma base, e nada mais natural que usar as projeções do spin na direção do movimento da partícula, usando portanto estes autoestados de helicidade.

Notemos que:

$$\overline{\psi_L} = \left(\overline{\frac{1-\gamma_5}{2}\psi}\right) = \left(\frac{1-\gamma_5}{2}\psi\right)^\dagger \gamma^0 = \psi^\dagger \frac{1-\gamma_5}{2}\gamma_0 = \bar{\psi}\,\frac{1+\gamma_5}{2} = \bar{\psi} P_R \equiv (\bar{\psi})_R$$

$$\psi_L = P_L\psi = \frac{1-\gamma_5}{2}\psi \qquad \gamma_5^\dagger = \gamma_5$$

$$P_L\gamma_\mu = \gamma_\mu P_R \qquad P_R\gamma_\mu = \gamma_\mu P_L$$

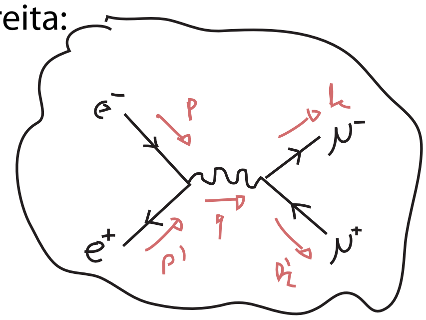
$$(\bar{\psi})_R(\psi)_L = \bar{\psi} P_R P_L \psi = 0$$

Considere os produtos de spinores aparecendo na equação 66.2 (que queremos calcular), por ex:

$$\bar{v}^{s'}(p')\gamma^\mu u^s(p)$$

queremos calcular este produto usando a base de helicidade: $s, s' \to u_R\,,\ (\bar{v})_L = \bar{v}_R$

Suponha que o elétron inicial estivesse com helicidade de mão direita:



$$u^s(p) = u_R(p) = \underset{=P_R^2}{P_R}\, u(p) = P_R u^s(p)$$

Neste caso podemos introduzir P_R neste produto:

$$\bar{v}^{s'}(p')\gamma^\mu \underset{=P_R^2}{P_R} u^s(p) = \underbrace{\bar{v}^{s'}(p') P_L}_{(\bar{v})_L}\gamma^\mu P_R u^s(p)$$

De onde vemos que a helicidade do pósitron também está determinada (mão esquerda), de fato, como: $P_R u_L = (\bar{v})_R P_L = 0$

Podemos escrever uma soma sobre spins e, se deixarmos o P_R ali, estaremos somando apenas termos nulos, com exceção do termo que queremos:

$$\bar{v}^{s'}(p')\gamma^\mu u^{s=R}(p) = \sum_{s,s'} \bar{v}^{s'}(p')\gamma^\mu P_R u^s(p)$$

note que não é uma média, o spin inicial está fixo, somamos um monte de zeros para aparecer com a soma pois ela é conveniente

Em $|\mathcal{M}|^2$:

$$\boxed{\sum_{s,s'} \bar{v}^{s'}_i(p')\gamma^\mu_{ij} P_{R\,jk} u^s_k(p)\, \bar{u}^s_{i'}(p)\gamma^\nu_{i'j'} P_{R\,j'k'} v^{s'}_{k'}(p') =}$$

usando as somas de spin:
$$\begin{cases} \sum_s u^s_i(p)\bar{u}^s_j(p) = (\not{p}+m)_{ij} \simeq \not{p}_{ij} \\ \sum_s v^s_i(p)\bar{v}^s_j(p) = (\not{p}-m)_{ij} \simeq \not{p}_{ij} \end{cases}$$

$$= \mathrm{Tr}\left[\not{p}'_{k'i}\gamma^\mu_{ij} P_{R\,jk} \not{p}_{ki'}\gamma^\nu_{i'j'} P_{R\,j'k'}\right] = \mathrm{Tr}\left[\not{p}'\gamma^\mu\not{p}\gamma^\nu \underbrace{P_R}_{\frac{1-\gamma_5}{2}}\right] =$$

igual ao obtido no caso não polarizado
(eq 69.1)

Calculando o traço obtemos:

$$\boxed{= 2\left(p'^\mu p^\nu + p'^\nu p^\mu - g^{\mu\nu}\, p\cdot p' - i\epsilon^{\rho\mu\sigma\nu} p'_\rho p_\sigma\right)} \quad \text{(eq. 78.1)}$$

Podemos fazer o mesmo para o outro traço (para os muons finais):

$$\boxed{\sum_{r r'} \left|\bar{u}^r(k)\gamma_\mu P_R v^{r'}(k')\right|^2 = 2\left(k'_\mu k_\nu + k'_\nu k_\mu - g_{\mu\nu}\, k\cdot k' - i\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} k'^\beta k^\alpha\right)} \quad \text{(eq. 78.2)}$$

Logo:

$$\epsilon^{\rho\mu\sigma\nu}\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} = -2\left(\delta^{\rho}_{\alpha}\delta^{\sigma}_{\beta} - \delta^{\rho}_{\beta}\delta^{\sigma}_{\alpha}\right)$$

$$|M|^2 = \frac{e^4}{q^4}\sum_{rr'}|\ldots|^2\sum_{ss'}|\ldots|^2 = \frac{16e^4}{q^4}(p\cdot k')(p'\cdot k)$$

novamente (ver pg 73) especializamos para o centro de massa:

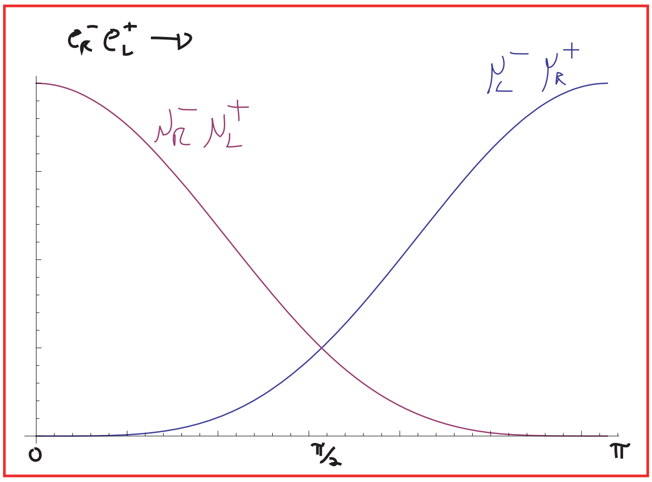
$$\begin{cases} q^2 = 4E^2 \\ p'\cdot k = p'\cdot k = E(E + k\cos\theta) \\ E = k \end{cases}$$

$$|M(e_R^- e_L^+ \to \mu_R^- \mu_L^+)|^2 = e^4(1+\cos\theta)^2$$

$$\therefore \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(e_R^- e_L^+ \to \mu_R^- \mu_L^+)\right)_{\substack{CM \\ m\to 0}} = \frac{|M|^2}{64\pi^2 E_{cm}^2} = \frac{\alpha^2}{4E_{cm}^2}(1+\cos\theta)^2$$

Poderíamos fazer a mesma conta para outras polarizações, no caso $e_R^- e_L^+ \to \mu_L^- \mu_R^+$ o que muda é $P_R \to P_L$ em 78.2, o que resulta em um sinal na frente do ε e obtemos (exercício):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(e_R^- e_L^+ \to \mu_L^- \mu_R^+)\right)_{\substack{CM \\ m\to 0}} = \frac{\alpha^2}{4E_{cm}^2}(1-\cos\theta)^2$$



Da mesma forma:

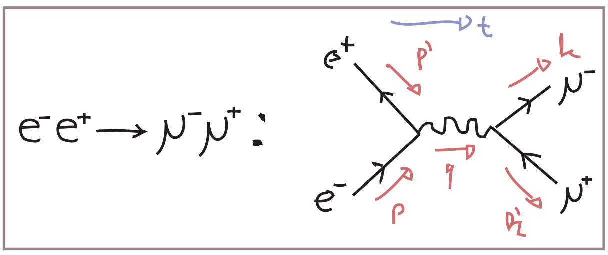
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(e_L^- e_R^+ \to \mu_L^- \mu_R^+)\right)_{\substack{CM \\ m\to 0}} = \frac{\alpha^2}{4E_{cm}^2}(1+\cos\theta)^2$$

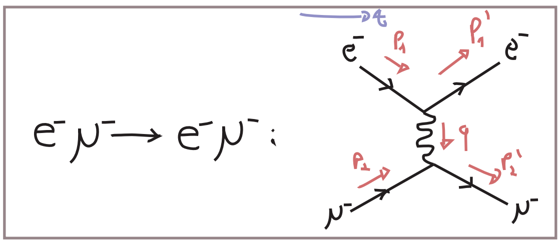
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(e_L^- e_R^+ \to \mu_R^- \mu_L^+)\right)_{\substack{CM \\ m\to 0}} = \frac{\alpha^2}{4E_{cm}^2}(1-\cos\theta)^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e_L^- e_L^+ \to \mu_R^- \mu_R^+) = 0$$ (assim como todas as outras combinações que restam)

Crossing symmetry

Dada a natureza das regras de Feynman, é de se esperar que expressões de diagramas bem semelhantes (ainda que representando processos físicos bem diferentes) tenham expressões semelhantes. Considere, por exemplo, os dois diagramas abaixo:





O diagrama da direita, apesar de representar um fenômeno diferente (é um espalhamento elétron-muon, ao passo que o da esquerda é uma aniquilação eletron-pósitron produzindo muon-antimuon), é essencialmente o mesmo que o da esquerda, a menos dos nomes dados aos momentos (basta olhar o da esquerda com o tempo passando de baixo para cima). De fato, as regras de Feymnan nos fornecem:

$$i\mathcal{M}(e^-\mu^-\to e^-\mu^-) = \bar{u}(p_1')(-ie\gamma^\mu)u(p_1)\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}\bar{u}(p_2')(-ie\gamma^\nu)u(p_2)$$

$$= \frac{ie^2}{q^2}\bar{u}(p_1')_i\gamma^\mu_{ij}u(p_1)_j\bar{u}(p_2')\gamma_\mu u(p_2)$$

$$\therefore \boxed{\frac{1}{4}\sum_{spin}|\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{4q^4}Tr\left[(\not{p}_1+m_e)\gamma^\nu(\not{p}_1'+m_e)\gamma^\nu\right]Tr\left[(\not{p}_2'+m_\mu)\gamma_\mu(\not{p}_2+m_\mu)\gamma_\nu\right]}$$

(eq. 80.1)

$$q = p_2' - p_2 = p_1 - p_1'$$

Compare esta equação com a eq. 69.1:

$$\text{(eq. 69.1)} \Rightarrow \frac{1}{4}\sum_{SPINS}|\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{4q^4}Tr\Big[\gamma_\nu\underbrace{(\not{k}'-m_\mu)}_{\sum v\bar{v}(k')}\gamma_\nu\underbrace{(\not{k}+m_\mu)}_{\not{p}_2'+m_\mu}\Big]Tr\Big[\gamma^\mu\underbrace{(\not{p}+m_e)}_{\not{p}_1+m_e}\gamma^\nu\underbrace{(\not{p}'-m_e)}\Big]$$

$$(\not{p}_2-m_\mu) = \ominus(-\not{p}_2+m_\mu) \qquad \sum u\bar{u}(p_2) \qquad \ominus(-\not{p}_1'+m_e)$$

se cancelam

o que mudou é apenas o nome dos momentos:

$$p\to p_1 \qquad p'\to -p_1' \qquad k\to p_2' \qquad k'\to -p_2 \qquad q=p'+p\to p_1-p_1'$$

A seção de choque obtida para este diagrama é (ver Nastase, pgs 227 e 228), no limíte ultra-relativístico:

$$\boxed{\left.\begin{matrix}E\gg m_\mu\\ m_\mu,m_e\to 0\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^-\mu^-\to e^-\mu^-)\right)_{cm} = \frac{\alpha^2}{2E_{cm}^2(1-\cos\theta)^2}\left[4+(1+\cos\theta)^2\right]\xrightarrow{\theta\to 0}\sim\frac{1}{\theta^4}}$$

(eq. 80.2)

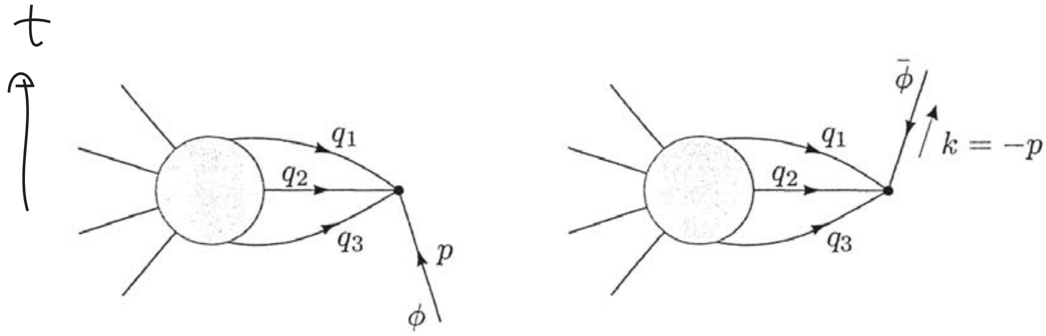
Note a divergência para ângulos pequenos, este tipo de divergência que aparece no espalhamento de partículas sem massa (neste a partícula em questão é o fóton) é chamada de divergência IR (infra-red, pois para pequenos ângulos o momento q trocado é pequeno) e será tratada no curso de TQCII.

A simetria acima, entre diagramas que podem ser levados um no outro "cruzando" linhas do passado para o futuro é chamada de Crossing Symmetry e pode ser generalizada:

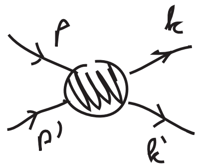
$$k=-p$$

$$\boxed{\mathcal{M}(\phi(p)+\ldots\to\ldots) = \mathcal{M}(\ldots\to\bar{\phi}(k)+\ldots)} \text{ (eq. 216.3)}$$

$$\therefore \sum u(p)\bar{u}(p) = \not{p}+m = -(\not{k}-m) = -\sum v(k)\bar{v}(k)$$



É mais fácil definir bem esta simetria em termos das Variáveis de Mandelstam, que definiremos agora. Dado um processo 2 ⟶ 2

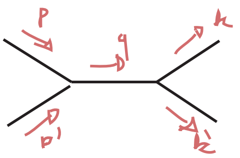


$$\boxed{\begin{aligned} s &\equiv (p+p')^2 = (k+k')^2 = E_{cm}^2 \\ t &\equiv (k-p)^2 = (k'-p')^2 \\ u &\equiv (k'-p)^2 = (k-p')^2 \end{aligned}}$$

"t is the squared difference of the initial and final momenta of the most similar particles"

Variáveis de Mandelstam
(eq. 81.1)

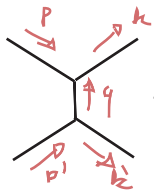
Note que:



$\propto \dfrac{1}{s - m_\phi^2}$

$s = q^2$

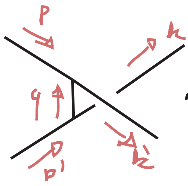
"canal s"



$\propto \dfrac{1}{t - m_\phi^2}$

$t = q^2$

"canal t"



$\propto \dfrac{1}{u - m_\phi^2}$

$u = q^2$

"canal u"

$$\boxed{s + t + u = +p^2 + p'^2 + k^2 + k'^2 = \sum_{i=1}^{4} m_i^2} \quad \text{(eq. 81.2)}$$

Os três canais terão distribuições angulares diferentes, para ver isso, considere o caso em que todas as massas são iguais:

$s = E_{cm}^2$ (independe do ângulo)

$t \propto (1 - \cos\theta)$ $\quad t \to 0 \;/\; \theta \to 0$

$u \propto (1 + \cos\theta)$ $\quad u \to 0 \;/\; \theta \to \pi$

Em termos destas variáveis, podemos re-escrever 72.3 (para o processo $e^- e^+ \to \mu^- \mu^+$):

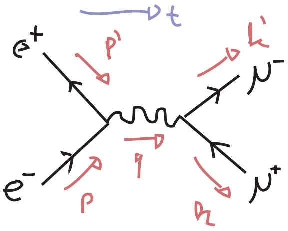
$$\frac{1}{4}\sum_{spin} |\mathcal{M}(e^- e^+ \to \mu^- \mu^+)|^2 = \frac{8e^4}{s^2}\left[\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{u}{2}\right)^2\right]$$

$m_e \sim 0$
$m_\mu \sim 0$

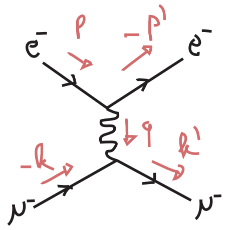
$$\begin{cases} s = q^2 \\ t = (k-p)^2 = -2p\cdot k = -2p'\cdot k' \\ u = (p-k')^2 = -2p\cdot k' = -2p'\cdot k \end{cases}$$

Agora façamos:

$e^-e^+ \to \mu^-\mu^+$ $\qquad\qquad\qquad$ $e^-\mu^- \to e^-\mu^-$



$\Longrightarrow$



$$\bar{s} = (p+p')^2 \qquad\qquad s = (p-k)^2 = \bar{t}$$
$$\bar{t} = (k-p)^2 \quad\Longrightarrow\quad t = (-p'-p)^2 = \bar{s}$$
$$\bar{u} = (p-k')^2 \qquad\qquad u = (-p'+k)^2 = \bar{u}$$

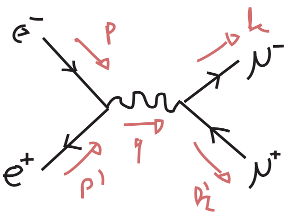
Logo podemos fazer o crossing direto nas variáveis de Mandelstam e obter:

$$\frac{1}{4}\sum_{spin} \left|\mathcal{M}(e^-e^+\to\mu^-\mu^+)\right|^2 = \frac{8e^4}{s^2}\left[\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{u}{2}\right)^2\right]$$

$$\xrightarrow[\substack{t\to s\\ u\to u}]{s\to t} \frac{1}{4}\sum_{spin} \left|\mathcal{M}(e^-\mu^-\to e^-\mu^-)\right|^2 = \frac{8e^4}{t^2}\left[\left(\frac{s}{2}\right)^2 + \left(\frac{u}{2}\right)^2\right]$$

Estrutura de Helicidade em um referencial específico

Façamos novamente o cálculo da seção de choque polarizada de uma forma mais explícita e mais esclarecedora (ainda que mais trabalhosa). Voltamos à amplitude:



$$\mathcal{M} = \frac{e^2}{q^2}\left(\bar{v}^{s'}(p')\gamma^\mu u^s(p)\right)\left(\bar{u}^r(k)\gamma_\mu v^{r'}(k')\right)$$

No limite: $E_{cm} \gg m_e$

$$u(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p\cdot\sigma}\,\xi \\ \sqrt{p\cdot\bar{\sigma}}\,\xi \end{pmatrix} \xrightarrow{E\to\infty} \sqrt{2E}\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1-\hat{p}\cdot\vec{\sigma})\xi \\ \frac{1}{2}(1+\hat{p}\cdot\vec{\sigma})\xi \end{pmatrix}$$

$$p = (E, E\hat{p}) \Longrightarrow \begin{matrix} p\cdot\sigma = E(1-\hat{p}\cdot\vec{\sigma}) \\ p\cdot\bar{\sigma} = E(1+\hat{p}\cdot\vec{\sigma}) \end{matrix} \qquad \left(\frac{\sqrt{2E}}{2}(1-\hat{p}\cdot\vec{\sigma})\right)^2 = \frac{E}{2}\Big(1-2\hat{p}\cdot\sigma+\overbrace{\hat{p}\cdot\sigma\,\hat{p}\cdot\sigma}^{1}\Big) =$$
$$= E(1-\hat{p}\cdot\vec{\sigma})$$

(Peskin eqs. 3.49 a 3.54)

$$v(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p\cdot\sigma}\,\xi \\ -\sqrt{p\cdot\bar{\sigma}}\,\xi \end{pmatrix} \xrightarrow{E\to\infty} \sqrt{2E}\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1-\hat{p}\cdot\vec{\sigma})\xi \\ -\frac{1}{2}(1+\hat{p}\cdot\vec{\sigma})\xi \end{pmatrix}$$