Mecanismo de Higgs

Teoria Quântica de Campos II

Bárbara Andrade

03 de dezembro de 2018

Estrutura do seminário

- 1. Introdução
- 2. Caso Abeliano: simetria U(1)
- 3. Caso mais geral do mecanismo de Higgs
- 4. Conclusão

- **Modelo de Landau para supercondutividade:** fóton adquire massa pelo mecanismo de Higgs, de tal forma que a interação se tornou *short-ranged*.
- O campo de Higgs é responsável pela **massa de todas as partículas do Modelo Padrão**.

Para observar quebra de simetria local U(1), queremos uma Lagrangiana cujo campo escalar (complexo) seja invariante por transformações do tipo

$$\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\phi(x).$$

O termo cinético usual, com derivada ∂_μ, não é invariante sob esse tipo de transformação. Precisamos introduzir a derivada covariante $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$, onde o campo A_μ se transforma como

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x).$$

Caso Abeliano: simetria U(1)

Além disso, se colocarmos o termo cinético do campo eletromagnético e um potencial, teremos

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + |D_\mu \phi|^2 - V(|\phi|).$$

Mais especificamente, considere o caso em que o potencial é dado por

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^* \phi + \frac{\lambda}{2}(\phi^* \phi)^2,$$

onde $\mu^2 > 0$.

Caso Abeliano: simetria U(1)

O mínimo desse potencial acontece em

$$|v| = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}.$$

Considere v como sendo o valor real. Vamos ver o que acontece quando estamos ao redor de v, isto é, quando

$$\phi(x) = v + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1(x) + i\phi_2(x)),$$

com $\phi_1(x)$ e $\phi_2(x)$ reais.

O potencial e o termo cinético de ϕ tornam-se

$$V(\phi) = \frac{-\mu^4}{2\lambda} + \mu^2\phi_1^2 + \frac{\mu\phi_1^3\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2}} + \frac{\phi_1^4\lambda}{8} + \frac{1}{4}\phi_1^2\phi_2^2\lambda + \frac{\phi_2^4\lambda}{8}$$

$$D_\mu\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\partial_\mu\phi_1 + i\partial_\mu\phi_2 + ieA_\mu(\sqrt{2}v + \phi_1 + i\phi_2))$$

$$|D_\mu\phi|^2 = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi_2)^2 + e^2v^2A_\mu A^\mu + \sqrt{2}evA^\mu(\partial_\mu\phi_2)$$
$$+ eA^\mu(\phi_1(\partial_\mu\phi_2) - \phi_2(\partial_\mu\phi_1)) + \frac{1}{2}e^2A_\mu A^\mu(\phi_1^2 + \phi_2^2 + 4v\phi_1).$$

Caso Abeliano: simetria U(1)

E a Lagrangiana passa a ser dada por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2$$
$$+ e^2 v^2 A_\mu A^\mu + \sqrt{2} e v A^\mu (\partial_\mu \phi_2) - \mu^2 \phi_1^2 + \frac{\mu^4}{2\lambda}.$$

Nessa expressão mantive apenas os termos que envolvem dois ou menos campos.

Caso Abeliano: simetria U(1)

E a Lagrangiana passa a ser dada por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2$$
$$+e^2 v^2 A_\mu A^\mu + \sqrt{2} e v A^\mu (\partial_\mu \phi_2) - \mu^2 \phi_1^2 + \frac{\mu^4}{2\lambda}.$$

Nessa expressão mantive apenas os termos que envolvem dois ou menos campos. Temos um campo sem massa $\phi_2(x)$, que é o Goldstone boson, e um campo massivo $\phi_1(x)$, $m_1^2 = 2\mu^2$. Misteriosamente também temos um termo de massa para o fóton, $m_A^2 = 2e^2 v^2$.

É possível escollher um gauge em que o campo sem massa ϕ_2 desaparece

$$A_\mu \to A_\mu - \frac{1}{\sqrt{2}ev}(\partial_\mu \phi_2),$$

isto é, escolhemos $\partial_\mu \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}v}(\partial_\mu \phi_2)$. Assim,

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 + e^2 v^2 A_\mu A^\mu + \sqrt{2} ev A_\mu ({}^\mu \phi_2) \\
\to \quad & \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 + e^2 v^2 A_\mu A^\mu + \sqrt{2} ev A_\mu (\partial^\mu \phi_2) \\
& - \sqrt{2} ev A_\mu (\partial^\mu \phi_2) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - (\partial_\mu \phi_2)^2 \\
&= e^2 v^2 A_\mu A^\mu .
\end{aligned}$$

Caso Abeliano: simetria U(1)

Dessa forma, concluímos que o campo ϕ_2 na verdade não era um grau de liberdade físico. Vamos comparar os graus de liberdade da Lagrangiana final e inicial:

1. **Lagrangiana inicial**

$$\phi \in \mathbb{C} \to 2 \text{ graus de liberdade},$$
$$A_\mu \to 2 \text{ graus de liberdade}.$$

2. **Lagrangiana final**

$$\phi_1 \in \mathbb{R} \to 1 \text{ grau de liberdade},$$
$$A_\mu \to 3 \text{ graus de liberdade}.$$

Caso mais geral

Agora queremos entender o que acontece quando temos grupo de simetria não-Abeliano G, com N_G geradores T_a, e um potencial geral. Isto é, queremos entender o que acontece se tivermos ϕ^j, $j = 1, \ldots, N$, campos escalares complexos e campos de gauge A^a_μ, $a = 1, \ldots, N_G$,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} Tr[F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}] + |D_\mu \phi^j|^2 - V(\phi^j),$$

Caso mais geral

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}Tr[F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}] + |D_\mu\phi^j|^2 - V(\phi^j),$$

onde o primeiro termo é o termo cinético invariante de gauge para os campos A^a_μ,

$$F_{\mu\nu} = (\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu)T_a - igA^b_\mu A^c_\nu[T_b, T_c]$$

e a derivada covariante nesse caso será dada por

$$D_\mu = \partial_\mu - igA^a_\mu T_a.$$

Caso mais geral

Supondo que o valor esperado de vácuo dos campos, mínimo do potencial $V(\phi_j)$, não seja zero e ocorra em

$$\phi_j = v_j,$$

podemos expandir os campos ao redor desse mínimo como fizemos anteriormente

$$\phi_j = v_j + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1^j + i\phi_2^j).$$

Caso mais geral

Colocando essa expansão na Lagrangiana, algumas simetrias serão "quebradas", mas é possível que algumas outras continuem explícitas. Isto é, próximo do vácuo teremos invariância apenas em relação a um subgrupo g de G, com n_g geradores.

O novo termo cinético, considerando apenas os termos com dois ou menos campos (como fizemos antes) será

$$|D_\mu \phi_j|^2 = \frac{1}{2}(\phi_1^j)^2 + \frac{1}{2}(\phi_2^j)^2 + g^2 A_\mu^a A^{\mu b}(T_a v_j)(T_b v_j) - \sqrt{2} g v_j (A_\mu^a T_a)(\partial^\mu \phi_2^j).$$

Caso mais geral

Aqui já podemos identificar o termo que vai dar massa aos campos de gauge,

$$m_{ab}^2 = 2g^2 A_i^a A^{i\,b}(T_a v_j)(T_b v_j).$$

Esse termo vai dar massa aos bósons de gauge associados às $N_G - n_g$ simetrias que foram quebradas, pois para as n_g simetrias não quebradas teremos $T_a v_j = 0$. Podemos fixar o gauge desses $N_G - n_g$ campos para matar o bóson de Goldstone (eliminando seu termo cinético e a interação com os campos A_μ^a).

Caso mais geral

Os termos de massa dos campos ϕ_1 surgem da expansão do potencial,

$$V(\phi) = V(v) + \frac{1}{2}(\phi_j - v_j)(\phi_k - v_k)\left(\frac{\partial^2 V}{\partial\phi_j\partial\phi_k}\right)_v + \dots .$$

Vemos que o segundo termo possui a forma quadrática que precisamos para as massas.

Caso mais geral

Comparação dos graus de liberdade,

1. **Lagrangiana inicial**

$$\phi \in \mathbb{C} \to 2N \text{ graus de liberdade,}$$
$$A^a_\mu \to 2N_G \text{ graus de liberdade.}$$

2. **Lagrangiana final**

$$\phi_1 \text{ e } \phi_2 \in \mathbb{R} \to 2N - (N_G - n_g) \text{ grau de liberdade,}$$
$$A^a_\mu \text{ (não-massivos)} \to 2n_g \text{ graus de liberdade,}$$
$$A^a_\mu \text{ (massivos)} \to 3(N_G - n_g) \text{ graus de liberdade.}$$

Conclusão

Por essa análise mais geral, podemos observar que é muito relevante que o vácuo tenha valor esperado não-nulo para que ocorra o mecanismo de Higgs. Além disso, o campo ao redor do vácuo quebra parte da simetria inicial, mas pode manter algum subgrupo invariante.

Referências

- An Introduction to Quantum Field Theory, M. E. Peskin e D. V. Schroeder
- Quantum Field Theory and the Standard Model, M. D. Schwartz
- Introduction the Standard Model of Particle Physics, W. N. Cottingham
- Lectures on Gauge Theory: David Tong
- Lecture Notes on Classical Field Theory: Horatiu Nastase