Mecanismo de Higgs

TQC I

Rodrigo Aguiar

Quebra de simetria $\leftrightarrow$ Goldstone Bósons

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\vartheta} + \left|D_{\mu}\varphi\right|^{2} + \mu^{2}|\varphi|^{2} - \frac{\lambda}{2}|\varphi|^{4}$$

- Podemos encontrar o valor esperado do vácuo no extremo do potencial:

$$V(\varphi) = -\mu^{2}|\varphi|^{2} + \frac{\lambda}{2}|\varphi|^{4}$$

$$\frac{dV(\varphi)}{d\varphi} = -\mu^{2}\varphi^{*} + \lambda|\varphi|^{2}\varphi^{*} = 0$$

$$|\varphi|^{2} = \frac{\mu^{2}}{\lambda} = {\varphi_{0}}^{2}$$

- E escrever, portanto:

$$\varphi(x) = \varphi_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_1(x) + i\varphi_2(x)]$$

$$\mu^2\ |\varphi\ |^2 = \frac{\mu^4}{\lambda} + \frac{\mu^2{\varphi_1}^2}{2} - \frac{\mu^2{\varphi_2}^2}{2} + \sqrt{\frac{2}{\lambda}}\mu^3\varphi_1$$

$$\frac{\lambda}{2}|\varphi\ |^4 = \frac{\mu^4}{2\lambda} + \frac{\mu^2{\varphi_1}^2}{2} - \frac{\mu^2\varphi_2^2}{2} + \sqrt{\frac{2}{\lambda}}\mu^3\varphi_1 + \mu^2\varphi_1^2 + \mathrm{O}(\varphi^{>2})$$

$$V(\varphi) = -\frac{\mu^4}{2\lambda} + \mu^2\varphi_1^2 + \mathrm{O}(\varphi^{>2})$$

- φ_1 tem massa igual a $\sqrt{2}\ \mu$.
- φ_2 não tem termo de massa (bóson de goldstone)

Agora vamos inserir uma simetria local (gauge) no nosso sistema.

- Lembrando:

$$\boxed{\begin{gathered} D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu \\ \varphi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\varphi \\ A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{i}{e}\partial_\mu \alpha(x) \end{gathered}}$$

$$\left|D_\mu \varphi\right|^2 = \left(\partial_\mu - ieA_\mu\right)\varphi^* \left(\partial_\mu + ieA_\mu\right)\varphi$$

$$\rightarrow \left(\partial_\mu - ieA_\mu + i\partial_\mu \alpha(x)\right)\varphi^* e^{-i\quad(x)}\left(\partial_\mu + ieA_\mu - i\partial_\mu \alpha(x)\right)\varphi e^{i\alpha(x)}$$

$$= \left|\partial_\mu \varphi\right|^2 - \left(ieA_\mu \varphi\right)^2 + \partial_\mu \varphi^* ieA_\mu \varphi - \partial_\mu \varphi \quad ieA_\mu \varphi^*$$

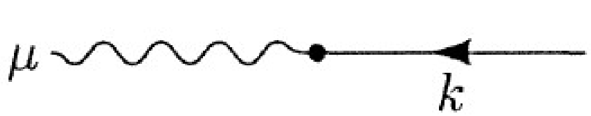
Fazendo : $\varphi(x) = \varphi_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_1(x) + i\varphi_2(x)]$

- $|\partial_\mu \varphi|^2 = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi_2)^2$
- $-(ieA_\mu \varphi)^2 = \mathrm{e}^2 A_\mu{}^2 \frac{\mu^2}{\lambda} + \mathrm{O}(\varphi^{>2})$
- $\partial_\mu \varphi^* ieA_\mu \varphi - \partial_\mu \varphi \quad ieA_\mu \varphi^* = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \mu \mathrm{e} A_\mu \, \partial_\mu \varphi_2 + \mathrm{O}(\varphi^{>2})$

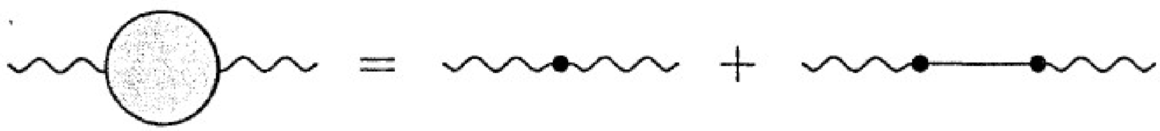
$$|D_\mu \varphi|^2 = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi_2)^2 + \mathrm{e}^2 \frac{\mu^2}{\lambda} A_\mu{}^2 + \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \mu \mathrm{e} A_\mu (\partial_\mu \varphi_2) + \mathrm{O}(\varphi^{>2})$$

O campo de gauge adquire massa igual a $\sqrt{\frac{2}{\lambda}} \mathrm{e}\mu = m_A$

- E interage com o bóson de Goldstone com constante de acoplamento igual a $i\sqrt{\frac{2}{\lambda}}\mu e * (-ik^{\mu})$



$$= i\sqrt{2}e\phi_0(-ik^{\mu}) = m_A k^{\mu}.$$



$$= im_A^2 g^{\mu\nu} + (m_A k^{\mu})\frac{i}{k^2}(-m_A k^{\nu})$$
$$= im_A^2\left(g^{\mu\nu} - \frac{k^{\mu}k^{\nu}}{k^2}\right).$$

Esse mecanismo, no qual o potencial favorece um vácuo não nulo do campo e por isso o campo de gauge adquire massa é chamado de ***Mecanismo de Higgs***

Extensão não abeliana:

- O gauge não abeliano tem o formato de:

$$\varphi \rightarrow e^{i\alpha^a t^a}\varphi$$

Ou

$$\varphi_i \rightarrow (1 + i\alpha^a t^a)_{ij}\varphi_j$$

Se for φ for um campo escalar real → geradores são imaginárias e antissimétricas (hermitianos)

$$t^a = iT^a$$

$$D_\mu = \partial_\mu + gT^a A_\mu$$

$$\frac{1}{2}(D_\mu \varphi_i) = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \varphi_i\right)^2 + gA_\mu\left(\partial_\mu \varphi_i\right)T^a{}_{ij}\varphi_j + \frac{1}{2}g^2(T^a\varphi)_i(T^b\varphi)\,{}_i A_\mu{}^a A^{\mu b}$$

- Aplicando a quebra de simetria:

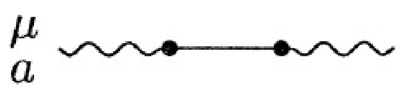
$$\langle \varphi_i \rangle = \varphi_{0_i}$$
$$\varphi_i = \varphi_{0_i} + \tilde{\varphi}_i$$
$$\frac{1}{2}(D_\mu \varphi_i) = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \tilde{\varphi}_i\right)^2 + gA_\mu\left(\partial_\mu \tilde{\varphi}_i\right)T^a{}_{ij}\tilde{\varphi}_j + gA_\mu\left(\partial_\mu \tilde{\varphi}_i\right)T^a{}_{ij}\varphi_{0_j}$$
$$+\frac{1}{2}g^2(T^a\tilde{\varphi})_i(T^b\tilde{\varphi})\,_iA_\mu{}^aA^{\mu b} + g^2(T^a\varphi_0)_i(T^b\tilde{\varphi})\,_iA_\mu{}^aA^{\mu b}$$
$$+\frac{1}{2}g^2(T^a\varphi_0)_i(T^b\varphi_0)\,_iA_\mu{}^aA^{\mu b}$$

Pode-se ver que o gauge também adquire massa no caso não abeliano, com valor de:

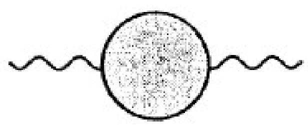
$$m_{ab} = g^2(T^a\varphi_0)_i(T^b\varphi_0)\,_i$$
$$m_{ab} = g^2(T^a\varphi_0)^2 \geq 0$$

- Assim como no caso abeliano também temos um termo interagente entre o gauge e o boson de goldstone em primeira ordem

$$gA_\mu\left(\partial_\mu\tilde{\varphi}_i\right)T^a{}_{ij}\varphi_{0\,j}$$



$$= \sum_j \left(gk^\mu (T^a\phi_0)_j\right) \frac{i}{k^2} \left(-gk^\nu (T^b\phi_0)_j\right).$$



$$= im_{ab}^2\left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2}\right),$$

Descrição formal do mecanismo de Higgs

- Simetrias podem ser quebradas de diversas maneiras diferentes.

- Pelo teorema de noether:

$$\delta l = -(\partial_\mu \alpha^a) J^{\mu a}$$

$$\partial_\mu J^{\mu a} = 0 \leftrightarrow \langle \partial_\mu J^{\mu a} \rangle = 0 \; (identidade\ de\ Ward)$$

E aplicando simetria local:

$$l = l_0 + g A_\mu{}^a J^{\mu a}$$

Pois: $A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{i}{g} \partial_\mu \alpha(x)$ conpensa a variação de L

Comparando essa equação com a da teoria escalar, vemos que

$$\frac{1}{2}(D_\mu\varphi_i) = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\varphi_i\right)^2 + gA_\mu\left(\partial_\mu\varphi_i\right)T^a{}_{ij}\varphi_j + \frac{1}{2}g^2(T^a\varphi)_i(T^b\varphi)\,{}_iA_\mu{}^aA^{\mu b}$$

$$l = l_0 + gA_\mu{}^aJ^{\mu a}$$

$$J^{\mu a} = \left(\partial_\mu\varphi_i\right)T^a{}_{ij}\varphi_j$$

Inserindo a quebra de simetria ($\langle\varphi_i\rangle = \varphi_{0_i}$)

$$J^{\mu a} = \left(\partial_\mu\varphi_i\right)(T^a\,\varphi_0)_i$$

$$\langle\Omega|J^{\mu a}(x)|\varphi_i(p)\rangle = -\mathrm{i}p^\mu(T^a\,\varphi_0)_i e^{-ipx}$$

O vácuo degenerado pode ser escrito como:

$$Q^a|\Omega\rangle$$

onde há uma rotação na direção do vácuo, portanto podemos associar $|\pi_k(p)\rangle$ como o estado do boson de goldstone, que é criado e aniquilado pela corrente de noether.

$$\langle\Omega|J^{\mu a}|\pi_k(p)\rangle = -\mathrm{i}p^\mu F_k^a e^{-ipx}$$

$$\partial_\mu \langle\Omega|J^{\mu a}|\pi_k(p)\rangle = 0 = -\mathrm{p}^2 F_k^a e^{-ipx}$$

$$\mathrm{p}^2 = 0 \rightarrow \text{boson de goldstone}$$

E por associação direta:

$$F_k^a = (T^a\ \varphi_0)_k$$

- E o propagador fica da forma:

$$= -gk^{\mu}F^{a}{}_{j}.$$

$$= (gk^{\mu}F^{a}{}_{j})\frac{i}{k^2}(-gk^{\nu}F^{b}{}_{j}).$$

$$m_{ab} = g^2 F_k^a F_k^b$$

Qualquer bóson de gauge acoplado a uma quebra de simetria adquire massa.

Exemplos: Supercondutores

- O exemplo mais simples cohecido,

$$L = -\frac{1}{4}(F_{\mu\vartheta})^2 + \left|D_\mu \varphi\,\right|^2 - m^2|\varphi\,|^2 - \frac{\lambda}{2}|\varphi\,|^4$$

$$m^2 \sim (T - T_c)$$

Onde T_c é uma temperature crítica do material. Abaixo dessa temperatura a massa de φ se torna negativa e obtemos

$$\Delta L = -\frac{1}{4}F_{\mu\vartheta} + \frac{1}{2}m_a^2 A_\mu{}^2$$

O fóton adquire massa.

*é fácil ver que o campo magnético fica impossível de existir dentro dos supercondutores e a interação fica de curto alcance **(Meissner effect)**

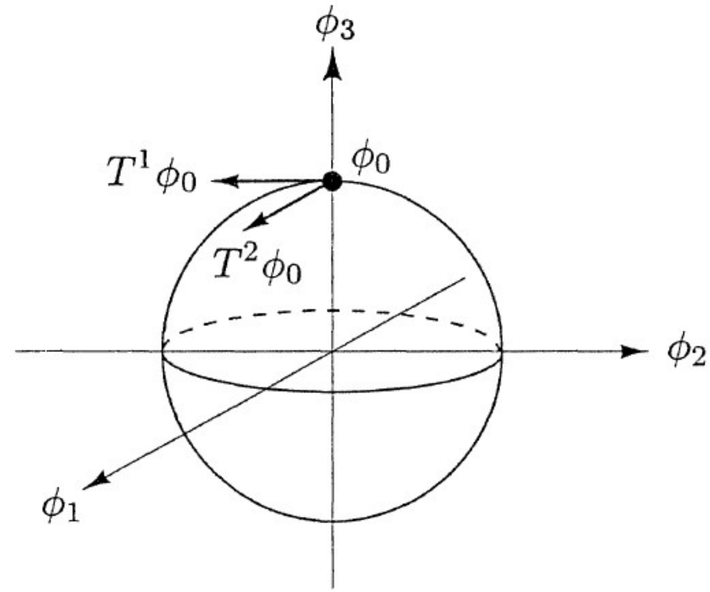
Exemplos: gauge não abeliano SO(3)

$$L = -\frac{1}{4}\left(F_{\mu\vartheta}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \varphi_i - igA_\mu{}^a (T^a \varphi)_i\right)^2 + m^2|\varphi_i|^2 - \frac{\lambda}{2}|\varphi_i|^4$$

$$\langle \varphi_i \rangle = \mathrm{v} = \sqrt{\frac{6m^2}{\lambda}}$$

$$\langle \varphi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix} = \underset{v}{\rightarrow}$$

$$L = -\tfrac{1}{4}\left(F_{\mu\vartheta}\right)^2 + \tfrac{g^2}{4} A_\mu{}^a A^{\mu b} (\underset{v}{\rightarrow}^T \{t^a, t^b\} \underset{v}{\rightarrow})$$



- Os geradores de simetria SO(3) são dados por:

$$t^1 = i\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}\;;\; t^2 = i\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0\end{pmatrix}\;;\; t^3 = i\begin{pmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

Vemos que o resultado só é diferente de 0 para a=b={1,2}

Portanto:

$$L = -\frac{1}{4}\left(F_{\mu\vartheta}\right)^2 + \frac{g^2v^2}{2}\left[({A_\mu}^1)^2 + ({A_\mu}^2)^2\right]$$

Dois bósons massivos com massa gv e um bóson sem massa $({A_\mu}^3)$

*primeiro candidato à interação eletrofraca

Referências

- An Introduction to Quantum Field Theory, M. E. Peskin e D. V. Schroeder
- Quantum Field Theory and the Standard Model, M. D. Schwartz
- Introduction to quantum field theory I, H. Nastase
- Notas de aula

Muito Obrigado!