

# Física de Partículas

Parte 1

Ricardo D'Elia Matheus

# O que queremos da Física de Partículas?

Animação: Scales of the Universe II

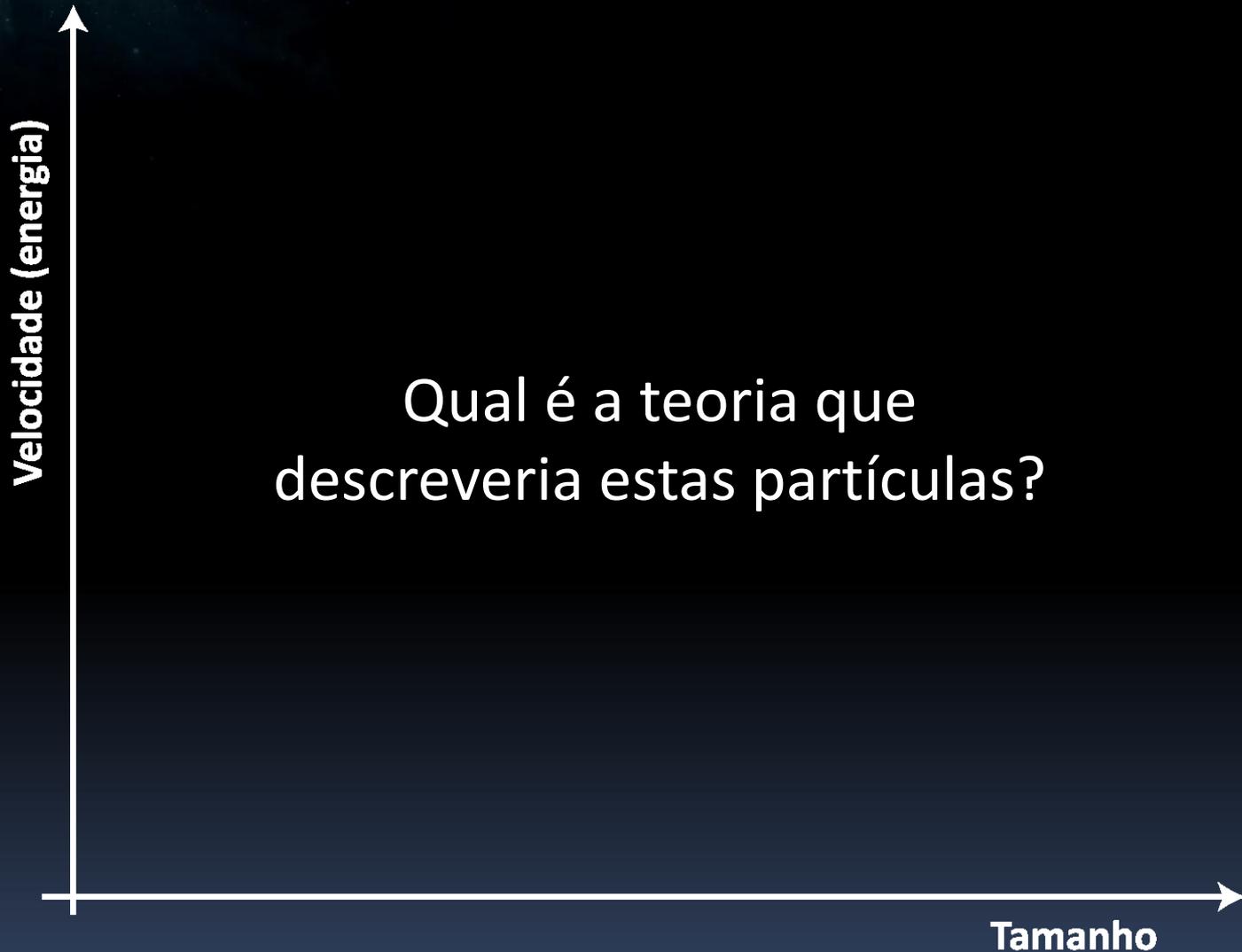
<http://htwins.net/scale2/>

by Cary Huang

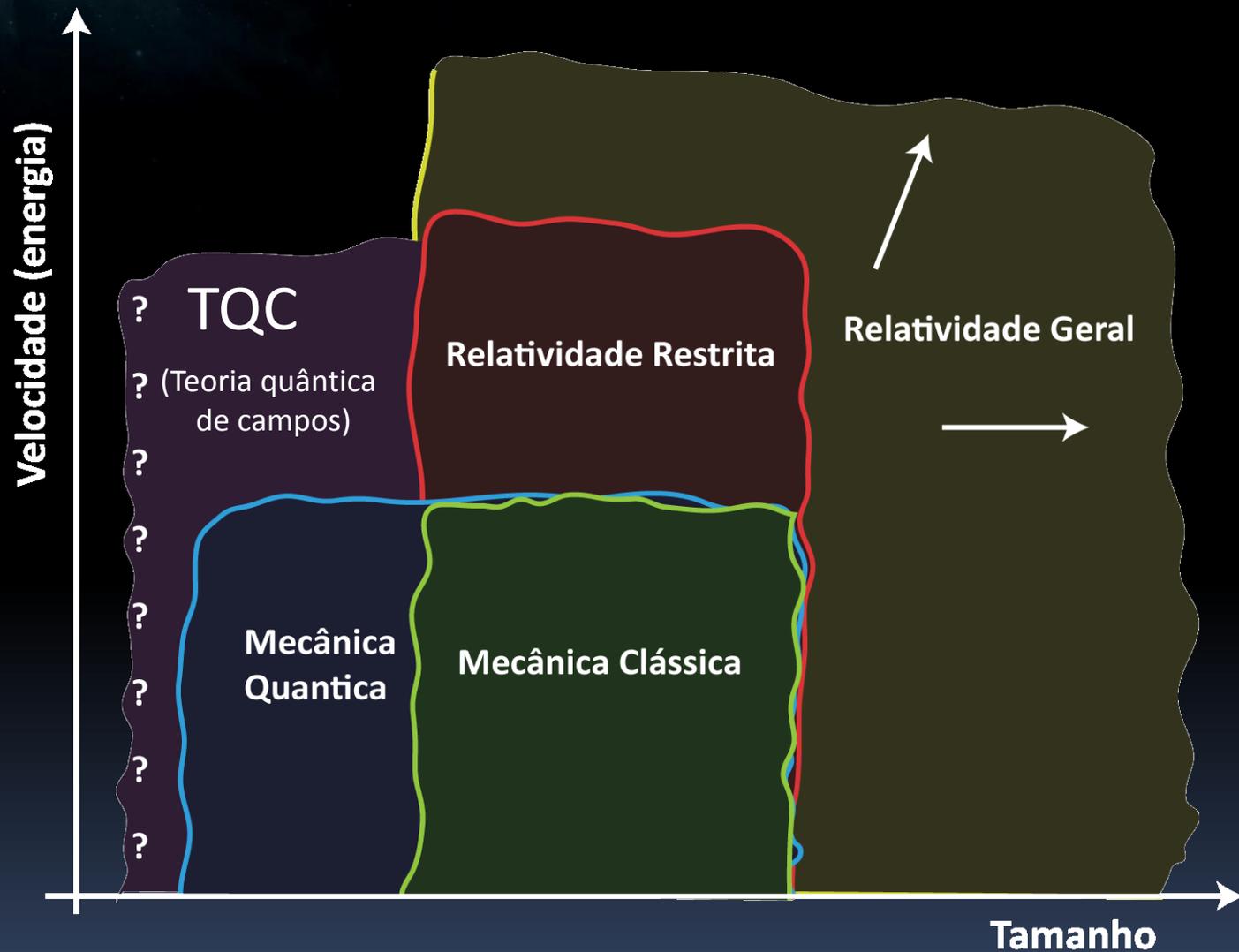
# O que queremos da Física de Partículas?

Wikipedia: “A *Física de partículas* é um ramo da Física que estuda os constituintes elementares da *matéria* e da *radiação*, e a *interação* entre eles e suas aplicações”

# Partículas: Pequenas e Rápidas!



# Partículas: Pequenas e Rápidas!



# Campos: como nasce um fóton?

enquanto isso, do lado dos campos...

~1920s

Mecânica Clássica



Mecânica Quântica

Teoria Clássica de Campos



?

Planck (1901): fóton (quantização da radiação)

Conseguimos quantizar o campo eletromagnético?

... voltaremos a isto mais tarde, vejamos primeiro o lado das partículas

# Quântica Relativística

Mecânica Quântica aplicada a uma partícula livre:

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad \xrightarrow{\begin{array}{l} E \rightarrow \hat{E} = i\frac{\partial}{\partial t} \\ p \rightarrow \hat{p} = -i\nabla \end{array}} \quad i\frac{\partial}{\partial t}\psi = -\frac{1}{2m}\nabla^2\psi$$

$\hbar = 1$

Tempo e espaço tratados diferentemente  
(difícil de construir algo relativístico)

# Quântica Relativística

Poderíamos fazer o mesmo para a relação relativística entre energia e momento?

$$c = 1$$

$$E^2 = p^2 + m^2$$

$$E \rightarrow \hat{E} = i \frac{\partial}{\partial t}$$

$$p \rightarrow \hat{p} = -i \nabla$$

Equação de Klein-Gordon

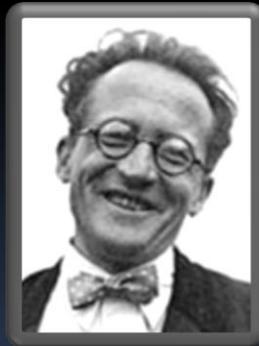
$$-\frac{\partial^2}{\partial t^2} \phi = -\nabla^2 \phi + m^2 \phi$$



O. Klein



W. Gordon



E. Schrödinger

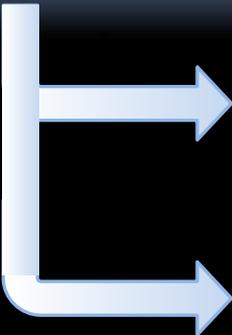
Sucesso?

# Quântica Relativística

Equação de Klein-Gordon

$$(\square^2 + m^2)\phi = 0$$

$$\square^2 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$$


$$\phi = N e^{ip \cdot x - iEt}$$

$$\rho = i \left( \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial t} - \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial t} \right) = 2E |N|^2$$

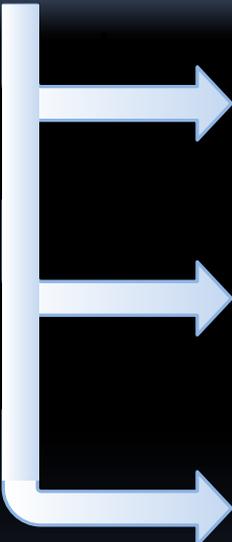
Densidade de probabilidade ●

# Quântica Relativística

Equação de Klein-Gordon

$$(\square^2 + m^2)\phi = 0$$

$$\square^2 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$$


$$\phi = N e^{ip \cdot x - iEt}$$

$$\rho = i \left( \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial t} - \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial t} \right) = 2E |N|^2$$

$$E = \pm (p^2 + m^2)^{1/2} \quad E < 0 (!)$$

A equação de Klein-Gordon tem soluções com energia negativa

# Quântica Relativística

Equação de Klein-Gordon

$$(\square^2 + m^2)\phi = 0$$

$$\square^2 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$$

$$\phi = N e^{ip \cdot x - iEt}$$

$$\rho = i \left( \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial t} - \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial t} \right) = 2E |N|^2$$

$$E = \pm (p^2 + m^2)^{1/2}$$

$E < 0, \rho < 0$  (!!!)

Não podemos interpretar  $\rho$  como densidade de probabilidade associada a uma partícula!

# Quântica Relativística

E se tentarmos nos livrar da segunda derivada no tempo?

Queremos algo do tipo:  $H\psi = (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m)\psi$

# Quântica Relativística

E se tentarmos nos livrar da segunda derivada no tempo?

Queremos algo do tipo:  $H\psi = (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m)\psi$

$$H^2\psi = (p^2 + m^2)\psi$$

$$H^2 = \underbrace{\alpha_i^2 p_i^2}_{1} + \underbrace{(\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i) p_j p_i}_{0} + \underbrace{(\alpha_i \beta + \beta \alpha_i) p_i m}_{0} + \underbrace{\beta^2 m^2}_{1}$$

# Quântica Relativística

E se tentarmos nos livrar da segunda derivada no tempo?

Queremos algo do tipo:  $H\psi = (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m)\psi$

$$H^2\psi = (p^2 + m^2)\psi$$

$$H^2 = \underbrace{\alpha_i^2 p_i^2}_1 + \underbrace{(\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i) p_j p_i}_0 + \underbrace{(\alpha_i \beta + \beta \alpha_i) p_i m}_0 + \underbrace{\beta^2 m^2}_1$$

$\alpha$  e  $\beta$  são matrizes!  $\psi$  tem mais de um componente!

Equação de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

Sucesso?

# Quântica Relativística

## Equação de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

Descreve partículas de spin 1/2 **(bônus!)**

$$\psi = u(\vec{p})e^{-ip_\mu x^\mu}$$

$$\rho = \sum_{i=1}^4 |\psi_i|^2$$

**Resolvido!**

Interpretação probabilística restaurada

# Quântica Relativística

## Equação de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

Descreve partículas de spin 1/2 **(bônus!)**

$$\psi = u(\vec{p})e^{-ip_\mu x^\mu}$$

$$\rho = \sum_{i=1}^4 |\psi_i|^2$$

**Resolvido!**

$$u = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \\ u^4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \left. \vphantom{\begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \\ u^4 \end{pmatrix}} \right\} E > 0 \\ \left. \vphantom{\begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \\ u^4 \end{pmatrix}} \right\} E < 0 \end{matrix}$$

# Quântica Relativística

## Equação de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

Descreve partículas de spin 1/2 **(bônus!)**

$$\psi = u(\vec{p})e^{-ip_\mu x^\mu}$$

$$\rho = \sum_{i=1}^4 |\psi_i|^2$$

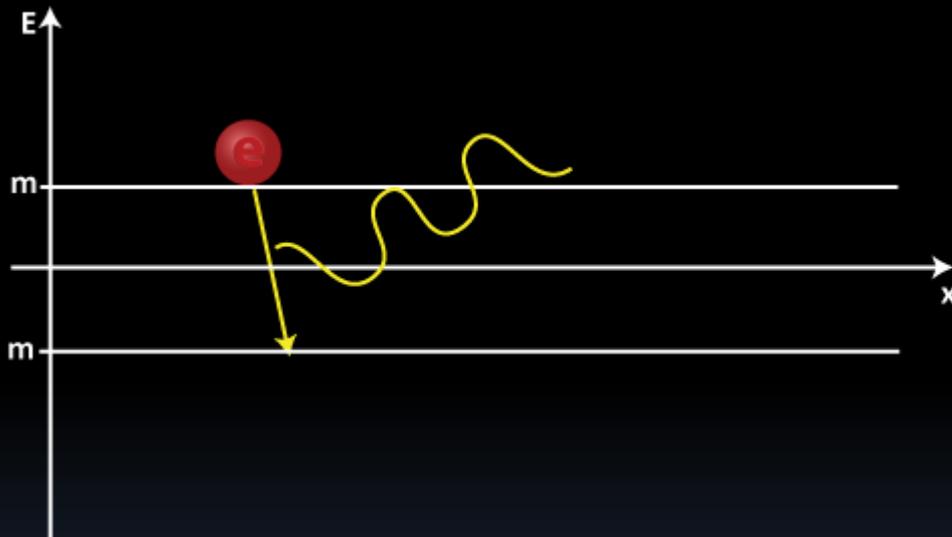
**Resolvido!**

$$u = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \\ u^4 \end{pmatrix} \left. \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\} \begin{array}{l} E > 0 \\ E < 0 \end{array}$$

Como podemos interpretar estes estados de energia negativa?

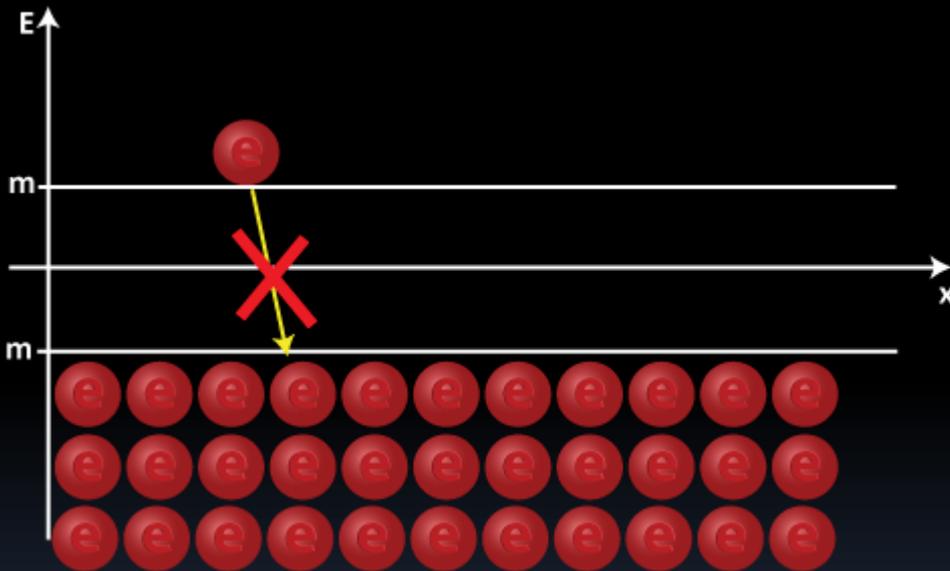
# Quântica Relativística

Problema da energia negativa: se a partícula puder emitir energia ela vai “caindo” para estados de energia cada vez menor. Este poço não tem fundo e uma **ENERGIA INFINITA** é emitida no processo.



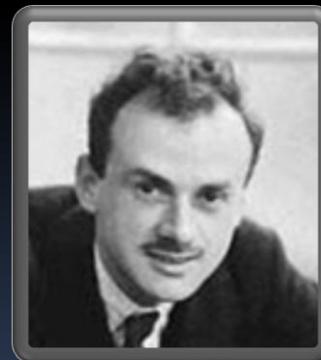
# Quântica Relativística

Problema da energia negativa: se a partícula puder emitir energia ela vai “caindo” para estados de energia cada vez menor. Este poço não tem fundo e uma **ENERGIA INFINITA** é emitida no processo.



Solução de Dirac (1930): um mar!

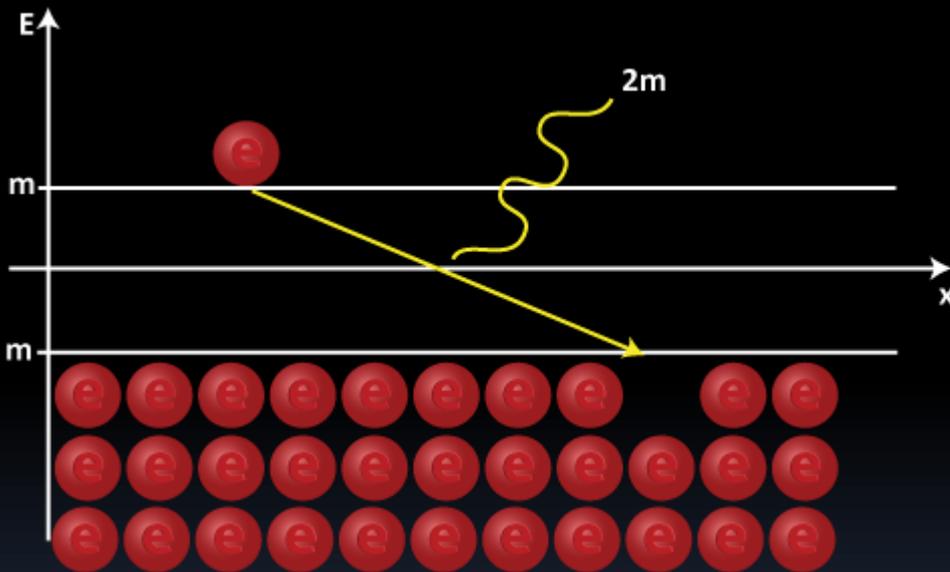
Partículas de spin  $\frac{1}{2}$  são férmions, sujeitos ao princípio de exclusão de Pauli. Se todos os estados de energia negativa estiverem ocupados, elas não podem “cair”.



P. Dirac

# Quântica Relativística

Problema da energia negativa: se a partícula puder emitir energia ela vai “caindo” para estados de energia cada vez menor. Este poço não tem fundo e uma **ENERGIA INFINITA** é emitida no processo.

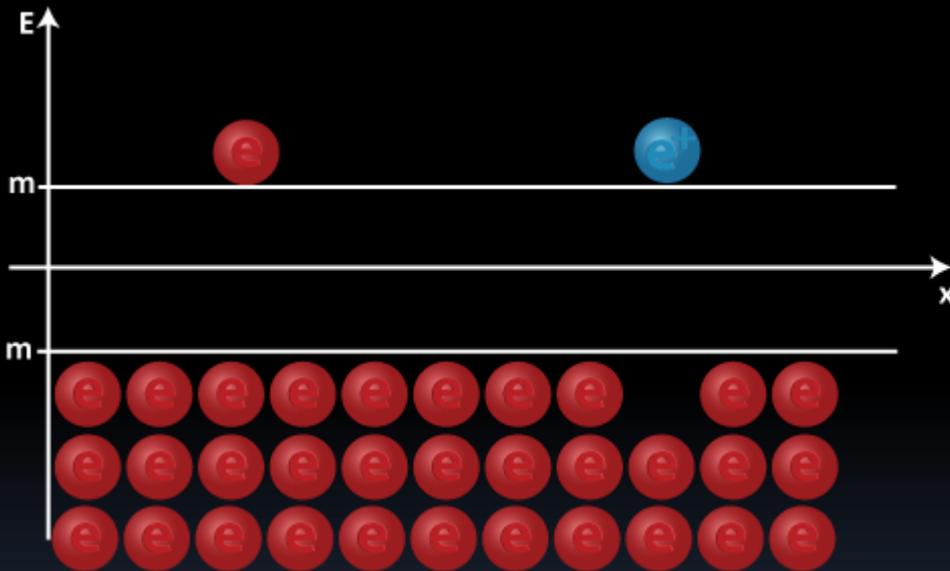


Elétrons podem sumir (emitindo um fóton de  $2m_e$ )

Solução de Dirac (1930): um mar!

# Quântica Relativística

Problema da energia negativa: se a partícula puder emitir energia ela vai “caindo” para estados de energia cada vez menor. Este poço não tem fundo e uma **ENERGIA INFINITA** é emitida no processo.



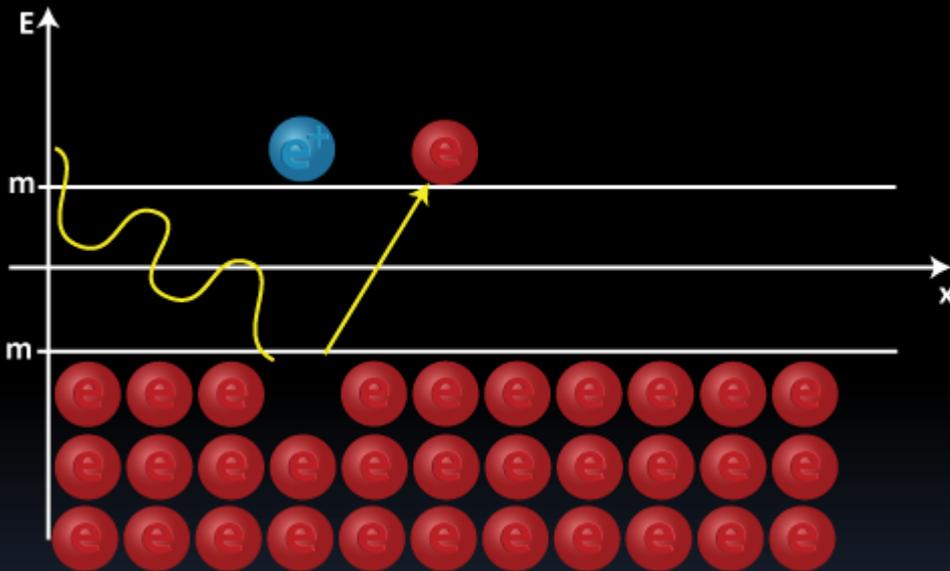
Elétrons podem sumir (emitindo um fóton de  $2m_e$ )

Os “buracos” se comportam como partículas de massa  $m_e$  e carga **positiva**

Solução de Dirac (1930): um mar!

# Quântica Relativística

Problema da energia negativa: se a partícula puder emitir energia ela vai “caindo” para estados de energia cada vez menor. Este poço não tem fundo e uma **ENERGIA INFINITA** é emitida no processo.



Solução de Dirac (1930): um mar!

Elétrons podem sumir (emitindo um fóton de  $2m_e$ )

Os “buracos” se comportam como partículas de massa  $m_e$  e carga **positiva**

Fótons energéticos ( $2 m_e$ ) podem fabricar um par elétron-buraco!

# Quântica Relativística

Mar de Dirac:

Grande vitória: descoberta do pósitron (Carl D. Anderson – 1932)



C.D. Anderson

# Quântica Relativística

Mar de Dirac:

Grande vitória: descoberta do pósitron (Carl D. Anderson – 1932)



Alguns problemas:

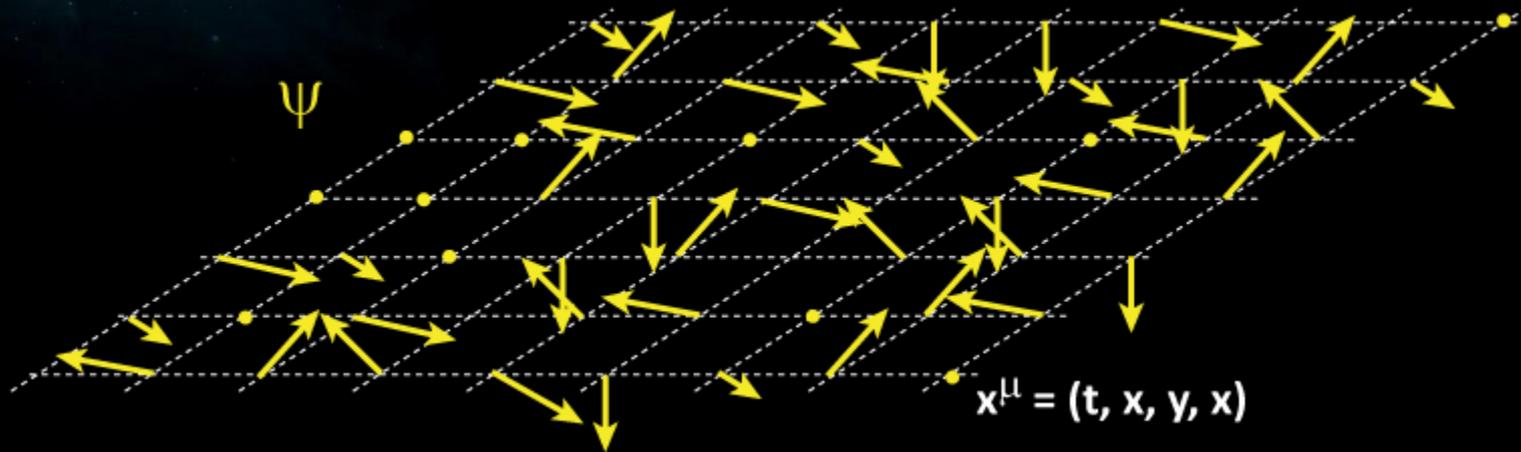
- o que fazemos se tivermos uma partícula de spin inteiro ou zero???
- outras interações podem ter problemas com esse “mar” (gravidade)
- causa dor de cabeça 😊

Consequências principais:

- partículas podem ser **criadas** ou destruídas (**aniquiladas**)!
- a equação de Dirac descreve ao menos duas partículas!

... para entender o que está sendo realmente descrito vamos voltar para o lado dos campos

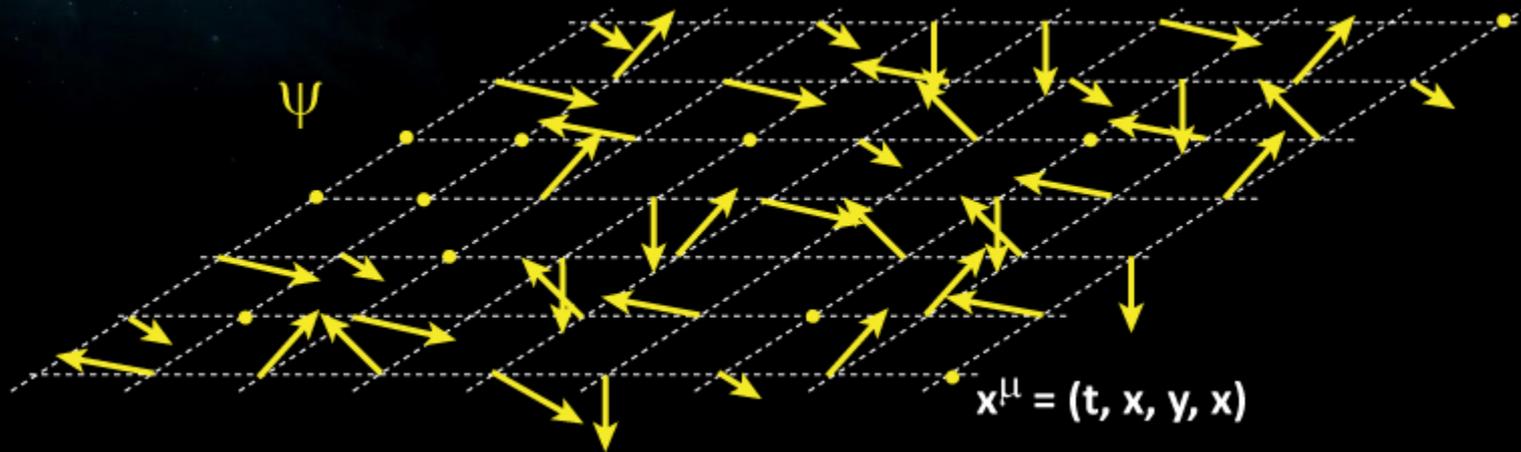
# Teoria (Clássica) de Campos



Podemos ter campos de vários tipos

- Escalares. Ex: Temperatura, Energia
- Vetoriais. Ex: Elétrico, Velocidades em um Fluido
- Outros...

# Teoria (Clássica) de Campos

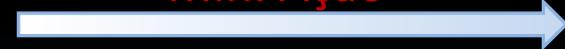


Mecânica:

$$L(x, \dot{x})$$



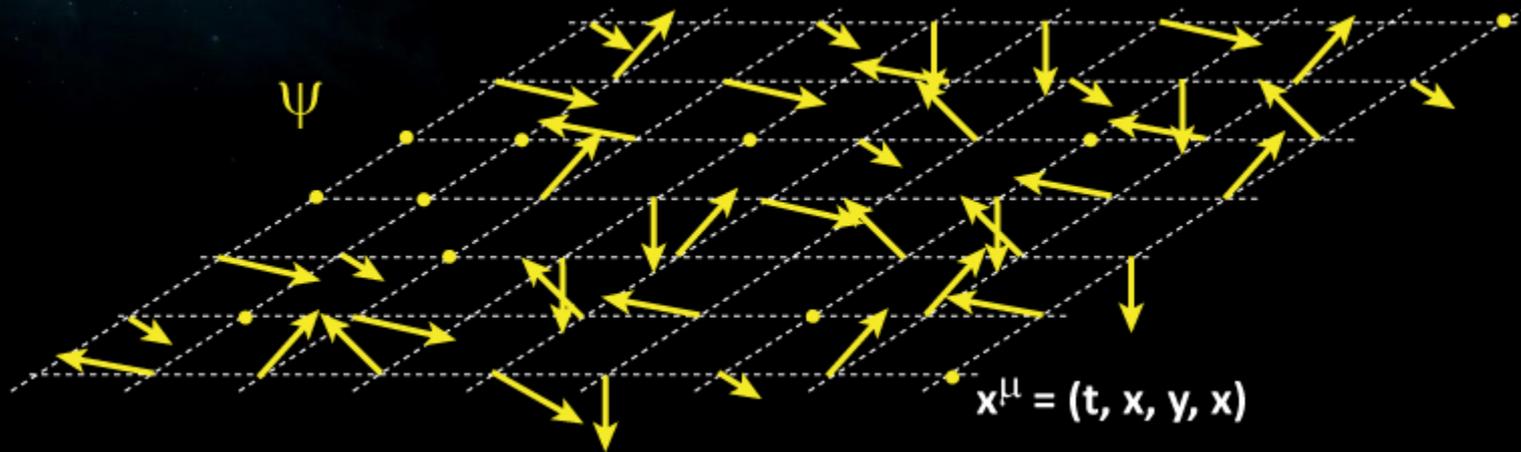
$$S = \int dt L(x, \dot{x})$$



Min. Ação  
Euler - Lagrange

Eqs. de  
Movimento

# Teoria (Clássica) de Campos



Mecânica:

$$L(x, \dot{x}) \rightarrow S = \int dt L(x, \dot{x})$$

Teoria de Campos

$$L = \int d^3x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) \rightarrow S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$$



# Campo Eletromagnético

$$\mathcal{L}(A_\mu, \partial_\mu A_\nu) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$A_\mu = (\phi, \vec{A})$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\partial_t \vec{A} - \vec{\nabla} \phi$$

# Campo Eletromagnético

$$\mathcal{L}(A_\mu, \partial_\mu A_\nu) = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$A_\mu = (\phi, \vec{A})$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\partial_t \vec{A} - \vec{\nabla} \phi$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu A_\nu)} \right] = 0$$

Equações de Maxwell (no vácuo):

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0$$

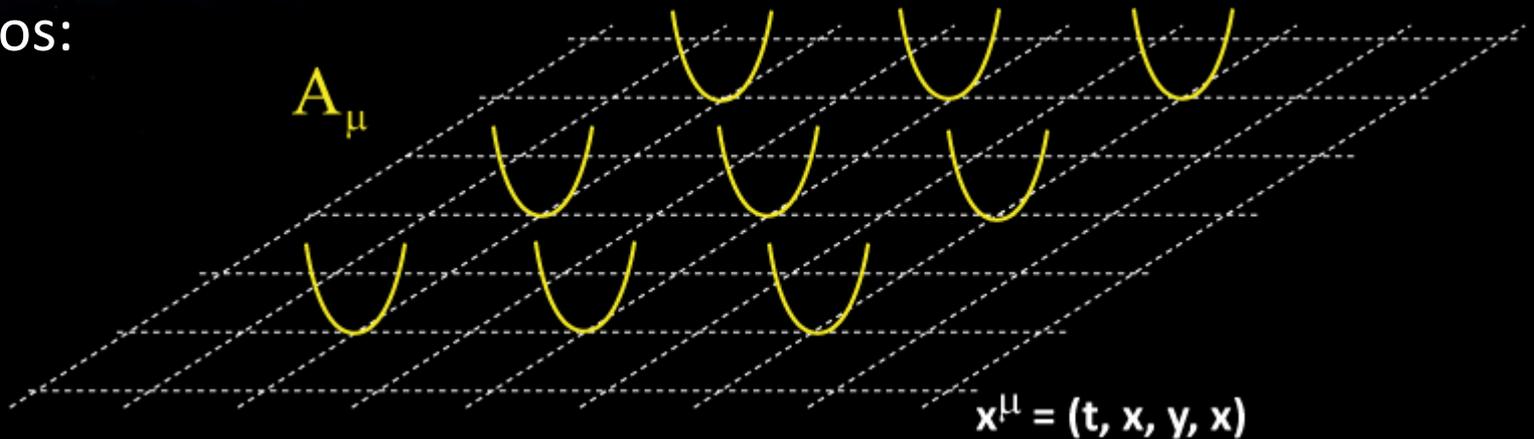
$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$\square^2 A_\mu = 0$$

Gauge de Lorenz

# Teoria Quântica de Campos

Aproximemos o campo por um conjunto (enorme) de osciladores harmônicos:



A grandeza que está variando é  $A_\mu$  – assumindo um espaço finito de volume  $L^3$  (depois faremos  $L \rightarrow \infty$ ) podemos escrever:

$$A_\mu(x_\mu) = \sum_k \sum_r N_k \epsilon_r(\vec{k}) \left[ a_r(\vec{k}, t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} + a_r^*(\vec{k}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \right]$$

$$\square^2 A_\mu = 0 \quad \longrightarrow \quad \partial_t^2 a_r(\vec{k}, t) = -\omega_k^2 a_r(\vec{k}, t)$$

# Teoria Quântica de Campos

Quantizo exatamente como faria com osciladores:

$$\left[ \underbrace{a_r(\vec{k})}_{\text{aniquilação}}, \underbrace{a_s^\dagger(\vec{k}')}_{\text{criação}} \right] = \delta_{rs} \delta_{\vec{k}\vec{k}'}$$

# Teoria Quântica de Campos

Quantizo exatamente como faria com osciladores:

$$\left[ \underbrace{a_r(\vec{k})}_{\text{aniquilação}}, \underbrace{a_s^\dagger(\vec{k}')}_{\text{criação}} \right] = \delta_{rs} \delta_{\vec{k}\vec{k}'}$$

aniquilação

criação

$$N_r(\vec{k}) = a_r^\dagger(\vec{k}) a_r(\vec{k})$$

$$n_r(\vec{k}) = 0, 1, 2, \dots$$

**Bóson**

$$E = \sum_{\vec{k}} \sum_r \omega_{\vec{k}} \left( n_r(\vec{k}) + 1/2 \right)$$

$$\hat{P} = \sum_{\vec{k}} \sum_r \vec{k} \left( N_r(\vec{k}) + 1/2 \right)$$

# Teoria Quântica de Campos

Quantizo exatamente como faria com osciladores:

$$\left[ \underbrace{a_r(\vec{k})}_{\text{aniquilação}}, \underbrace{a_s^\dagger(\vec{k}')}_{\text{criação}} \right] = \delta_{rs} \delta_{\vec{k}\vec{k}'}$$

aniquilação

criação

$$N_r(\vec{k}) = a_r^\dagger(\vec{k}) a_r(\vec{k})$$

$$n_r(\vec{k}) = 0, 1, 2, \dots$$

$$E = \sum_{\vec{k}} \sum_r \omega_{\vec{k}} \left( n_r(\vec{k}) + 1/2 \right)$$

$$\hat{P} = \sum_{\vec{k}} \sum_r \vec{k} \left( N_r(\vec{k}) + 1/2 \right)$$

Podemos construir estados de polarização circular:

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} [\epsilon_1(\vec{k}) + i\epsilon_2(\vec{k})]$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [\epsilon_1(\vec{k}) - i\epsilon_2(\vec{k})]$$

Momento angular  $\pm 1$  na direção de  $\vec{k}$

**Spin 1!**

# Teoria Quântica de Campos

Fica claro o caminho a ser tomado. Ao invés de transformarmos  $x$  e  $p$  em operadores, é sobre o **campo** que se impõe relações de (anti-) comutação

Mecânica:  $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}}$   $\xrightarrow{\text{quantizar}}$   $[x, p] = i$

Campos:

$$\pi(\vec{x}, t) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}(\vec{x}, t)} \quad \longrightarrow \quad [\phi(\vec{x}, t), \pi(\vec{x}', t)] = i\delta(\vec{x} - \vec{x}')$$

Obtenho campos cujas excitações (quantizadas) são interpretadas como partículas!

# Teoria Quântica de Campos

As equações obtidas anteriormente funcionam perfeitamente se interpretadas como equações para os CAMPOS que descrevem partículas de spin 0 e 1/2.

Spin 0

Bóson

Equação de Klein-Gordon

$$(\square^2 + m^2)\phi = 0$$

Spin 1/2

Equação de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

$$(\square^2 + m^2)\psi = 0$$

# Teoria Quântica de Campos

As equações obtidas anteriormente funcionam perfeitamente se interpretadas como equações para os CAMPOS que descrevem partículas de spin 0 e 1/2.

Spin 0  
Bóson

Equação de Klein-Gordon

$$(\square^2 + m^2)\phi = 0$$

Spin 1/2  
Férmion

Equação de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

$$(\square^2 + m^2)\psi = 0$$

$E > 0$

$$\{ab\} = ab + ba$$

$$\{\psi(\vec{x}, t), \pi(\vec{x}', t)\} \neq 2\psi\pi$$

$$n_r(\vec{k}) = 0, 1$$

Férmion

Descreve partículas e anti-partículas

# Teoria Quântica de Campos

Spin 1  
Bóson

Equações de Proca (1936)

$$\partial_{\mu} F^{\mu\nu} + m^2 A^{\nu} = 0$$

$$(\square^2 + m^2) A^{\mu} = 0$$

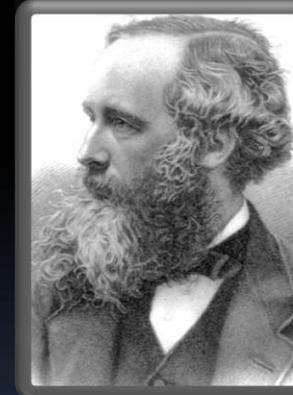
Equações de Maxwell

$$\partial_{\mu} F^{\mu\nu} = 0$$

$$\square^2 A_{\mu} = 0$$



A. Proca



J.C. Maxwell

# Teoria Quântica de Campos

Para cada uma destas teorias eu tenho uma Lagrangeana:

Escalar Real:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) - \frac{m^2}{2}\phi^2$$

Escalar Complexo:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi^*) - m^2\phi^*\phi$$

Spinorial:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi$$

Vetorial:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + m^2A_\mu A^\mu$$

# TQC - um passeio rápido

A escolha dos campos relevantes e sua Lagrangeana carregam toda a física do problema (nas próximas aulas veremos que princípios nos guiam na construção destas):

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi^*) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - m^2 \phi^* \phi +$$

$$+ K_1 \phi^* (\partial^\mu \phi) A_\mu + K_2 \phi^* \phi \phi^* \phi$$

# TQC - um passeio rápido

A escolha dos campos relevantes e sua Lagrangeana carregam toda a física do problema (nas próximas aulas veremos que princípios nos guiam na construção destas):

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi^*) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - m^2 \phi^* \phi +$$

Termos cinéticos

Termos de massa

Lagrangeana Livre

$$+ K_1 \phi^* (\partial^\mu \phi) A_\mu + K_2 \phi^* \phi \phi^* \phi$$

# TQC - um passeio rápido

A escolha dos campos relevantes e sua Lagrangeana carregam toda a física do problema (nas próximas aulas veremos que princípios nos guiam na construção destas):

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi^*) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - m^2 \phi^* \phi +$$

Termos cinéticos

Termos de massa

Lagrangeana Livre

$$+ K_1 \phi^* (\partial^\mu \phi) A_\mu + K_2 \phi^* \phi \phi^* \phi$$

Termos de interação

Lagrangeana interagente

# TQC - um passeio rápido

Raramente conseguimos resolver o problema interagente de forma exata. Em geral somos limitados a usar **Teoria de Perturbação**

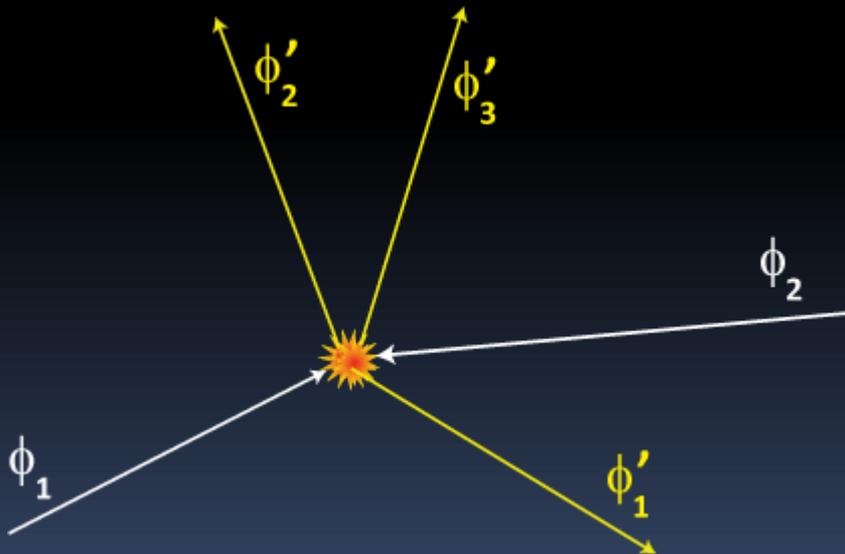
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \underbrace{\mathcal{L}_I}_{\text{Pequeno}}$$

Pequeno

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \underbrace{\mathcal{H}_I}_{\text{Pequeno}}$$

Pequeno

Calculamos então transições entre estados **assintoticamente livres**:



# TQC - um passeio rápido

Raramente conseguimos resolver o problema interagente de forma exata. Em geral somos limitados a usar **Teoria de Perturbação**

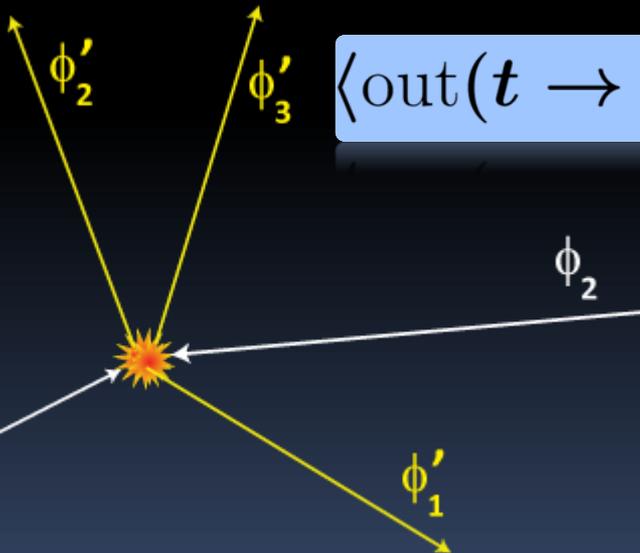
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \underbrace{\mathcal{L}_I}_{\text{Pequeno}}$$

Pequeno

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \underbrace{\mathcal{H}_I}_{\text{Pequeno}}$$

Pequeno

Calculamos então transições entre estados **assintoticamente livres**:



$$\langle \text{out}(t \rightarrow \infty) | \text{in}(t \rightarrow -\infty) \rangle = \langle \text{out} | \mathcal{S} | \text{in} \rangle$$

**Matriz S**

# TQC - um passeio rápido

Matriz S – expansão perturbativa

$$S = 1 - i \int dt_1 H_I(t_1) - \frac{1}{2} \int dt_1 \int dt_2 T\{H_I(t_1)H_I(t_2)\} + \dots$$

# TQC - um passeio rápido

Matriz S – expansão perturbativa

$$S = 1 - i \int dt_1 H_I(t_1) - \frac{1}{2} \int dt_1 \int dt_2 T\{H_I(t_1)H_I(t_2)\} + \dots$$

Para ver o efeito desta expansão vejamos um exemplo:

$$|\text{in}\rangle = |\phi(p_1)\phi(p_2)\rangle$$

$$|\text{out}\rangle = |\phi(p_3)\phi(p_4)\rangle$$

$$H_I = K_1 \phi(\partial^\mu \phi) Z_\mu$$

Contribuições p/ matriz S:

Ordem  $(K_1)^0$  -  $\langle \text{out} | 1 | \text{in} \rangle \propto \delta(p_1 = p_3, p_2 = p_4) + \delta(p_1 = p_4, p_2 = p_3)$

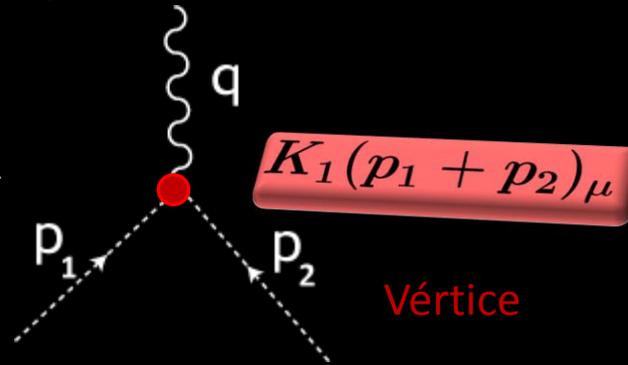
Ordem  $(K_1)^1$  -  $K_1 \langle \text{out} | \phi \phi Z_\mu | \text{in} \rangle = 0$  (não há Z nem no estado inicial nem no final)

Ordem  $(K_1)^2$  -  $K_1^2 \langle \text{out} | \phi \phi Z_\mu \phi \phi Z_\mu | \text{in} \rangle \neq 0$

# TQC - um passeio rápido

## Regras e Diagramas de Feynman

$$H_I = K_1 \phi(\partial^\mu \phi) Z_\mu$$



Vértice

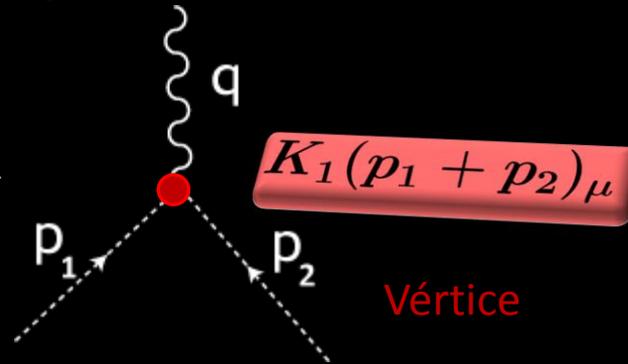


R.P. Feynman

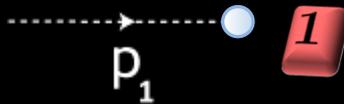
# TQC - um passeio rápido

## Regras e Diagramas de Feynman

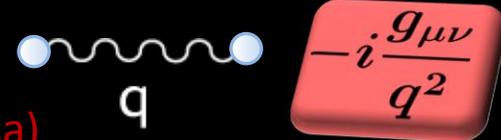
$$H_I = K_1 \phi(\partial^\mu \phi) Z_\mu$$



Linha externa:  
(escalar)



Propagador:  
(spin 1 sem massa)

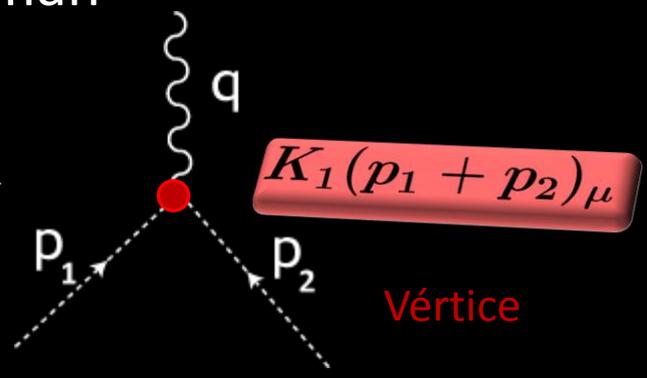


R.P. Feynman

# TQC - um passeio rápido

## Regras e Diagramas de Feynman

$$H_I = K_1 \phi(\partial^\mu \phi) Z_\mu$$

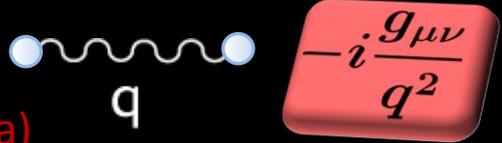


R.P. Feynman

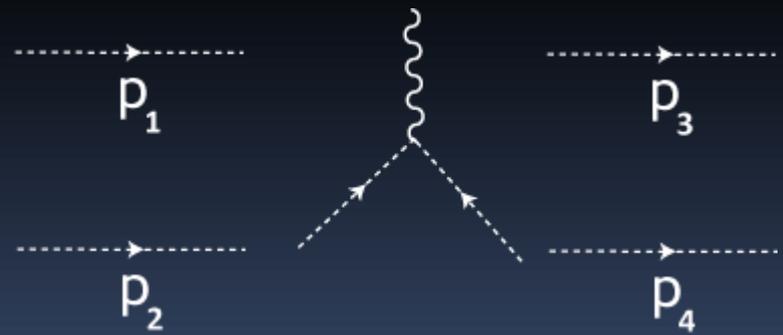
Linha externa:  
(escalar)



Propagador:  
(spin 1 sem massa)



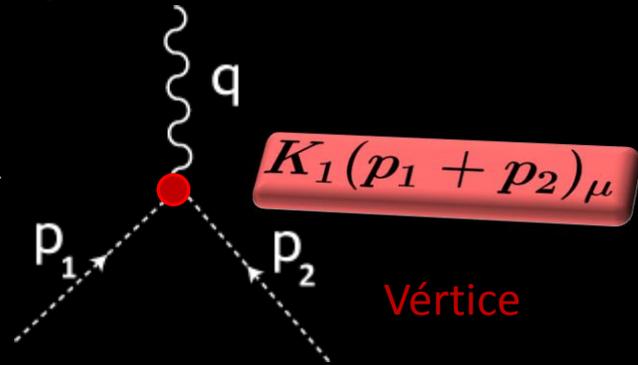
Ordem  $(K_1)^1$  -



# TQC - um passeio rápido

## Regras e Diagramas de Feynman

$$H_I = K_1 \phi(\partial^\mu \phi) Z_\mu$$

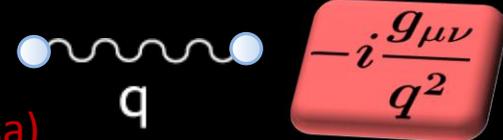


R.P. Feynman

Linha externa:  
(escalar)



Propagador:  
(spin 1 sem massa)



Ordem  $(K_1)^1$  -

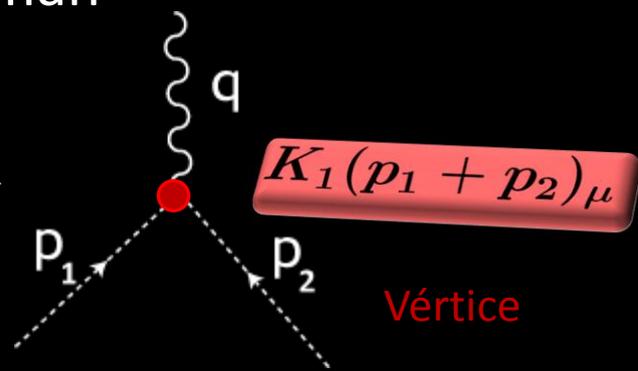


Não há diagrama possível!

# TQC - um passeio rápido

## Regras e Diagramas de Feynman

$$H_I = K_1 \phi(\partial^\mu \phi) Z_\mu$$

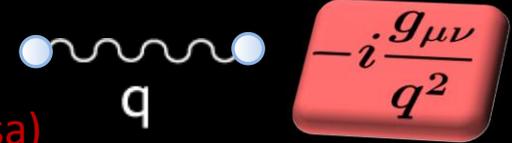


R.P. Feynman

Linha externa:  
(escalar)



Propagador:  
(spin 1 sem massa)



Ordem  $(K_1)^2$  -



$$iK_1^2 \frac{(p_1 + p_2) \cdot (p_3 + p_4)}{(p_1 + p_2)^2}$$

# TQC - um passeio rápido

## Seções de Choque Diferenciais

$$S = 1 + iT$$

$$\langle \text{out} | iT | \text{in} \rangle = (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_f) i\mathcal{M}$$

$\mathcal{M}$



Soma de todos os diagramas possíveis (a cada ordem)

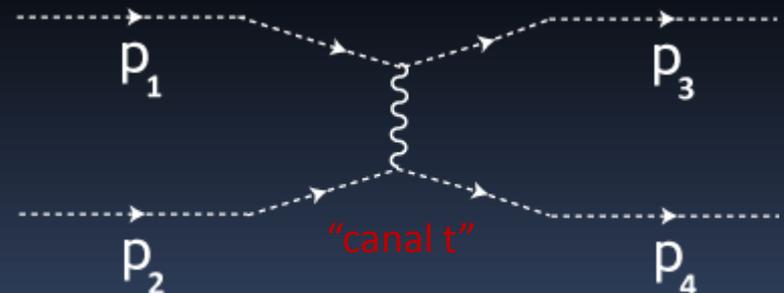
$$d\sigma \propto |\mathcal{M}|^2$$



Interferência entre “canais”

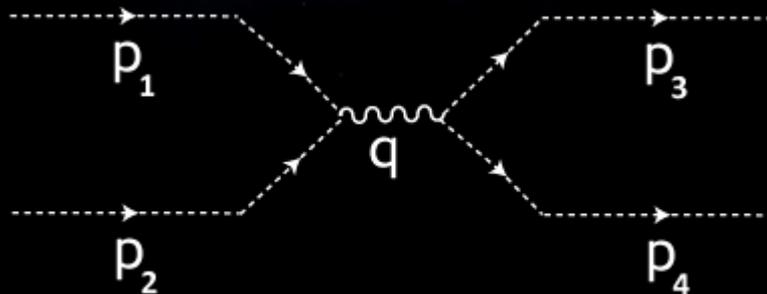
Seção de choque

Ex:

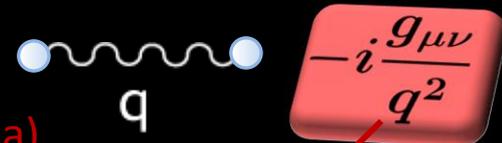


# TQC - um passeio rápido

Partículas virtuais



Propagador:  
(spin 1 sem massa)



$$q^2 = q_\mu q^\mu$$

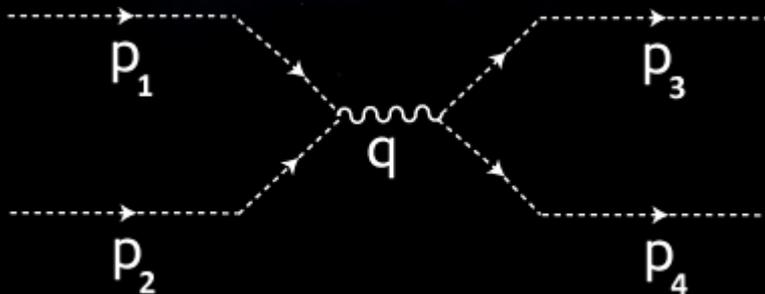
Partícula qualquer

$$q^2 = q_\mu q^\mu = q_{R\mu} q_R^\mu$$

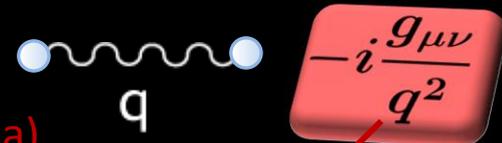
$$q^\mu = (E, q_x, q_y, q_z)$$

# TQC - um passeio rápido

Partículas virtuais



Propagador:  
(spin 1 sem massa)



$$q^2 = q_\mu q^\mu$$

Partícula qualquer

$$q^2 = q_\mu q^\mu = q_{R\mu} q_R^\mu = m^2$$

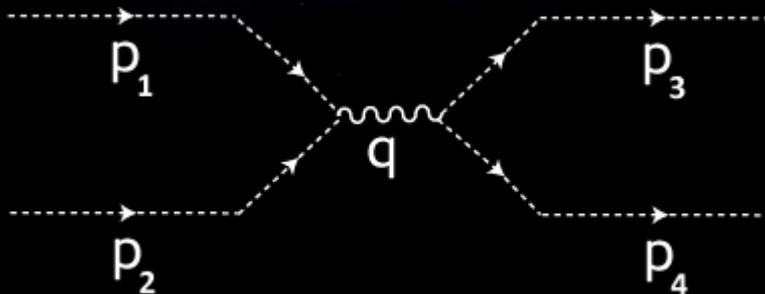
$$q^\mu = (E, q_x, q_y, q_z)$$

Ref. Repouso

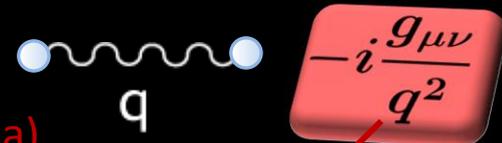
$$q_R^\mu = (m, 0, 0, 0)$$

# TQC - um passeio rápido

Partículas virtuais



Propagador:  
(spin 1 sem massa)



$$q^2 = q_\mu q^\mu$$

Partícula qualquer

$$q^2 = q_\mu q^\mu = q_{R\mu} q_R^\mu = m^2$$

$$q^\mu = (E, q_x, q_y, q_z)$$

Ref. Repouso

$$q_R^\mu = (m, 0, 0, 0)$$

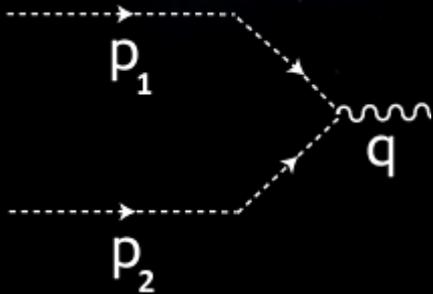
Fóton não tem massa

$$q_\gamma^2 = 0$$

O propagador tem uma divisão por zero !?

# TQC - um passeio rápido

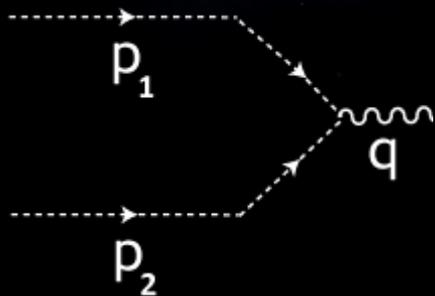
Partículas virtuais



$$(p_1 + p_2)_\mu = q_\mu$$

# TQC - um passeio rápido

Partículas virtuais



$$(p_1 + p_2)_\mu = q_\mu$$

No referencial do centro de massa:

$$p_{1\mu}^{CM} = (E_{CM}/2, \vec{k})$$

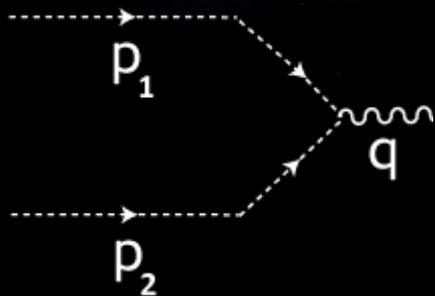
$$p_{2\mu}^{CM} = (E_{CM}/2, -\vec{k})$$

$$q_\mu^{CM} = (E_{CM}, 0)$$

$$q^2 = E_{CM}^2$$

# TQC - um passeio rápido

Partículas virtuais



$$(p_1 + p_2)_\mu = q_\mu$$

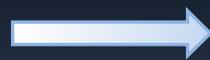
No referencial do centro de massa:

$$p_{1\mu}^{CM} = (E_{CM}/2, \vec{k})$$

$$p_{2\mu}^{CM} = (E_{CM}/2, -\vec{k})$$

$$q_\mu^{CM} = (E_{CM}, 0)$$

$$q^2 = E_{CM}^2$$



$$q^2 \neq 0$$

Fóton virtual!

# TQC - um passeio rápido

Partículas reais  $q^2 = m^2$

$$E^2 = m^2 + |\vec{q}|^2$$

Partículas virtuais  $q^2 \neq m^2$

$$E^2 \neq m^2 + |\vec{q}|^2$$

# TQC - um passeio rápido

Partículas reais

$$q^2 = m^2$$

$$E^2 = m^2 + |\vec{q}|^2$$

*on mass shell,*  
na camada de massa,  
*on shell*

Partículas virtuais

$$q^2 \neq m^2$$

$$E^2 \neq m^2 + |\vec{q}|^2$$

*off mass shell,*  
fora da camada de massa,  
*off shell*

Se parece estranho, pelo menos a estranheza não é nova. Isto é uma versão das TQCs para o tunelamento quântico. A energia e o momento estão indeterminados conforme as relações:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$$

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$$

Por isso a relação entre eles pode estar “fora” desde que por tempos e distâncias curtas



# TQC - um passeio rápido

## Renormalização

$$\propto \mathcal{L}_I^2$$

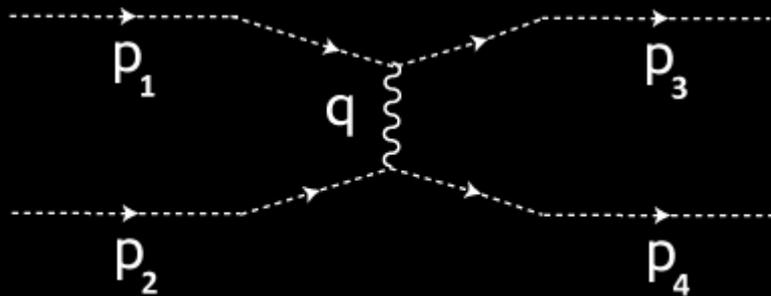
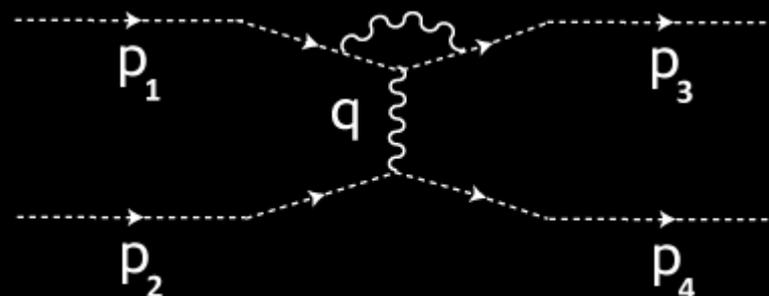
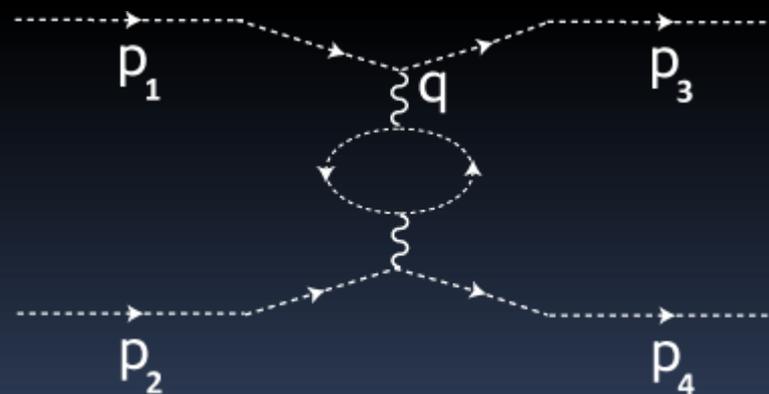


Diagrama em "nível árvore"

$$\propto \mathcal{L}_I^4$$



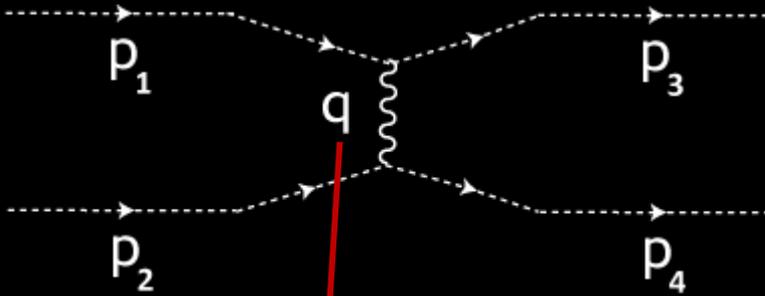
Loops



# TQC - um passeio rápido

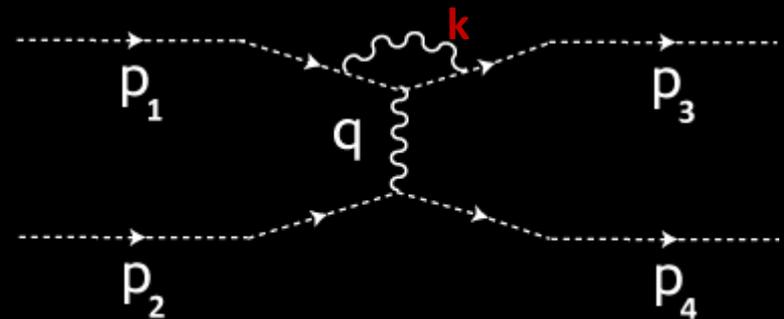
## Renormalização

$$\propto \mathcal{L}_I^2$$

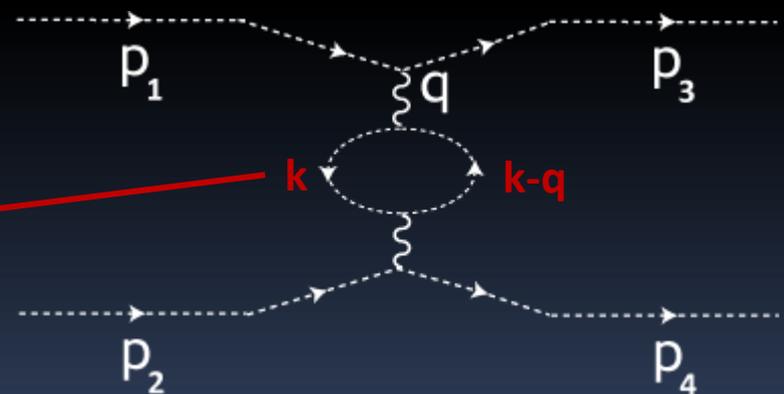


Fixo por conservação de momento

$$\propto \mathcal{L}_I^4$$



Loops



Livre

# TQC - um passeio rápido

## Renormalização

Como não são observáveis, devemos integrar sobre todos estes momentos livres, e isto inclui contribuições de momentos realmente enormes.

**A contribuição dos loops diverge!**

Nem tudo está perdido: satisfeitas **certas condições**, podemos **renormalizar** a teoria redefinindo algumas grandezas da Lagrangeana (massas, constantes de acoplamento e campos), isso faz com que os infinitos não apareçam em nada observável

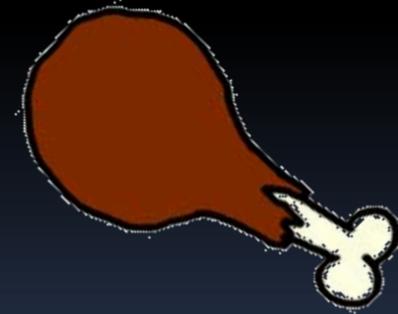
# TQC - um passeio rápido

## Renormalização

Como não são observáveis, devemos integrar sobre todos estes momentos livres, e isto inclui contribuições de momentos realmente enormes.

**A contribuição dos loops diverge!**

Nem tudo está perdido: satisfeitas **certas condições**, podemos **renormalizar** a teoria redefinindo algumas grandezas da Lagrangeana (massas, constantes de acoplamento e campos), isso faz com que os infinitos não apareçam em nada observável



# TQC - um passeio rápido

## Renormalização

Como não são observáveis, devemos integrar sobre todos estes momentos livres, e isto inclui contribuições de momentos realmente enormes.

A contribuição dos loops diverge!

Nem tudo está perdido: satisfeitas **certas condições**, podemos **renormalizar** a teoria redefinindo algumas grandezas da Lagrangeana (massas, constantes de acoplamento e campos), isso faz com que os infinitos não apareçam em nada observável

↳ Consequência! → As grandezas redefinidas passam a depender da escala de energia em que a medida é feita – *“running constants”*

$e \rightarrow e(\mu)$     $m \rightarrow m(\mu)$  → Isso já foi observado!

# TQC - um passeio rápido

## Renormalização - Condições

$\propto \mathcal{L}_I^6$  ?  $\longrightarrow$  Mais loops levam a mais infinitos? Novas redefinições?

Resposta: depende da Lagrangeana. Especificamente: da dimensão dos produtos de operadores de campo na Lagrangeana

|                                    |   |                  |                        |                |
|------------------------------------|---|------------------|------------------------|----------------|
| $x, t \rightarrow \text{GeV}^{-1}$ | } | $[x] = [t] = -1$ | $[\mathcal{L}] = 4$    | $[\psi] = 3/2$ |
| $m, T \rightarrow \text{GeV}$      |   | $[m] = [T] = 1$  | $[A_\mu] = [\phi] = 1$ |                |

Teorias Renormalizáveis  $\longrightarrow$

$$[\text{op.}] \leq 4$$

$$\underbrace{(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi^*)}_4$$

$$\underbrace{\phi^* \phi}_2$$

$$\underbrace{\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi}_4$$

$$\underbrace{\bar{\psi} \psi}_3$$

# TQC - um passeio rápido

## Renormalização - Condições

$\propto \mathcal{L}_I^6$  ?  $\longrightarrow$  Mais loops levam a mais infinitos? Novas redefinições?

Resposta: depende da Lagrangeana. Especificamente: da dimensão dos produtos de operadores de campo na Lagrangeana

|                                    |   |                  |                        |                |
|------------------------------------|---|------------------|------------------------|----------------|
| $x, t \rightarrow \text{GeV}^{-1}$ | } | $[x] = [t] = -1$ | $[\mathcal{L}] = 4$    | $[\psi] = 3/2$ |
| $m, T \rightarrow \text{GeV}$      |   | $[m] = [T] = 1$  | $[A_\mu] = [\phi] = 1$ |                |

Teorias Renormalizáveis  $\longrightarrow$   $[\text{op.}] \leq 4$

$\searrow$  Um número finito de redefinições remove divergências em todas as ordens de perturbação

# TQC - um passeio rápido

Renormalização - **Condições**

Teorias Não-Renormalizáveis  $\longrightarrow$  [op.]  $> 4$

$$\underbrace{\bar{\psi}\psi\bar{\psi}\psi}_6$$

Cada ordem de perturbação introduz novas divergências, que exigem mais redefinições, de forma que precisamos de **infinitos contra termos** para renormalizar a teoria

Ainda assim teorias deste tipo podem ser úteis:

$$[\mathcal{L}] = 4 \longrightarrow \frac{1}{M^2} \bar{\psi}\psi\bar{\psi}\psi \longrightarrow \text{O termo não renormalizável fica sob controle para escalas de energia } \ll M^2$$

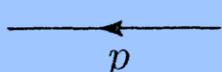
**Teoria Efetiva**

# Eletrodinâmica Quântica - QED

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\cancel{\partial} - m)\psi - \frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 - e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$$

Propagadores

Férmion



$$= \frac{i(\cancel{p} + m)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Fóton



$$= \frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2 + i\epsilon}$$

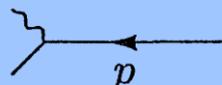
Vértice



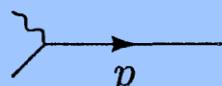
$$= iQe\gamma^\mu$$

Linhas externas:

Férmion

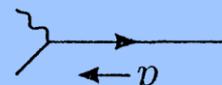


$$= u^s(p)$$

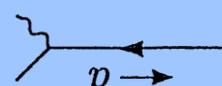


$$= \bar{u}^s(p)$$

Anti-Férmion



$$= \bar{v}^s(p)$$

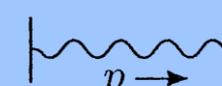


$$= v^s(p)$$

Fóton



$$= \epsilon_\mu(p)$$



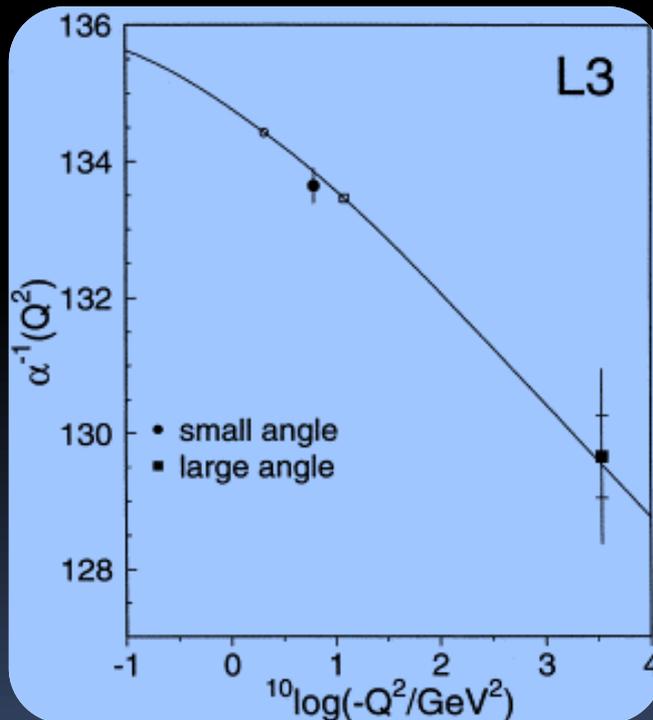
$$= \epsilon_\mu^*(p)$$

# Eletrodinâmica Quântica - QED

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\cancel{\partial} - m)\psi - \frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 - e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$$

Renormalizável via redefinição de 3 grandezas

L3 Collaboration, Phys. Lett. B476 (2000), 40



$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$$

# Eletrodinâmica Quântica - QED

Uma das teorias física mais bem testadas de todos os tempos!

## Low-Energy QED:

|  |                     |
|--|---------------------|
| Electron ( $g - 2$ )                       | 137.035 992 35 (73) |
| Muon ( $g - 2$ )                           | 137.035 5 (1 1)     |
| Muonium hyperfine splitting                | 137.035 994 (18)    |
| Lamb shift                                 | 137.036 8 (7)       |
| Hydrogen hyperfine splitting               | 137.036 0 (3)       |
| $2^3S_1 - 1^3S_1$ splitting in positronium | 137.034 (16)        |
| $1S_0$ positronium decay rate              | 137.00 (6)          |
| $3S_1$ positronium decay rate              | 136.971 (6)         |
| Neutron compton wavelength                 | 137.036 010 1 (5 4) |

## High-Energy QED:

|   |             |
|---|-------------|
| $\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-)$     | 136.5 (2.7) |
| $\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-)$ | 139.9 (1.2) |

## Condensed Matter:

|                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| Quantum Hall effect | 137.035 997 9 (3 2) |
| AC Josephson effect | 137.035 977 0 (7 7) |

# Cenas dos próximos capítulos

- Base teórica: Teoria Quântica de Campos
- Construindo Lagrangianas, uma questão de simetria
- Simetrias locais e seu papel especial
  - Relação entre **matéria**, **radiação** e **interação**
- Construindo um Modelo para a física de partículas - quando as simetrias “quebram”
  - As interações nucleares fortes
  - As interações nucleares fracas
  - A interação eletrofraca
- O Modelo Padrão da Física de Partículas
- Problemas do modelo padrão



# Definindo $\rho$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \int_S \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \int_V \nabla \cdot \mathbf{j} dV \iff \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0.$$

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2m} \nabla^2 \psi = 0 \quad \times \quad -i\psi^*$$

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2m} \nabla^2 \psi = 0 \quad \times \quad -i\psi$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{i}{2m} (\psi^* \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \psi^*) = 0.$$

$$\rho = |\psi|^2 \quad \mathbf{j} = -\frac{i}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)$$

$$(\square^2 + m^2)\phi = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\left[ i \left( \phi^* \frac{\partial \phi}{\partial t} - \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial t} \right) \right]}_{\rho} + \nabla \cdot \underbrace{\left[ -i (\phi^* \nabla \phi - \phi \nabla \phi^*) \right]}_{\mathbf{j}} = 0$$